Nella figura è rappresentato un albero che, in mezzeria (sezione 2), porta calettato un disco avente la funzione di volano, una coppia viene trasmessa dalla sezione 1 alla 3, nelle sezioni A e B sono calettati due cuscinetti.

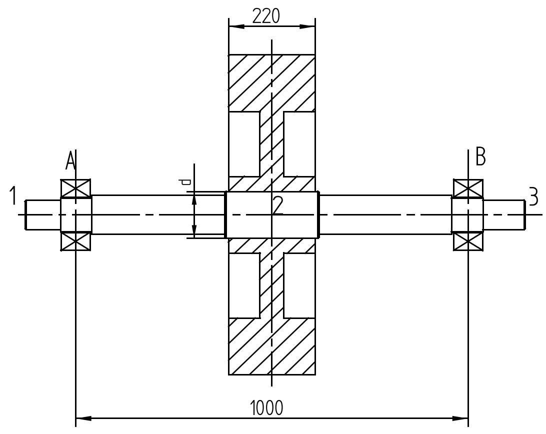
Si desidera il calcolo dell'albero sapendo che:

- la massa del disco è pari a 123 kg,
- la coppia trasmessa è di 239 Nm

l'albero viene sostituito prima di avere superato i 600.000 giri totali, il volano riceve il moto mediante frizione.

Le caratteristiche meccaniche del materiale dell'albero sono:

$\sigma_R = 690\ N/mm^2 \quad \sigma_S = 420\ N/mm^2 \quad \sigma_D = 327\ N/mm^2$



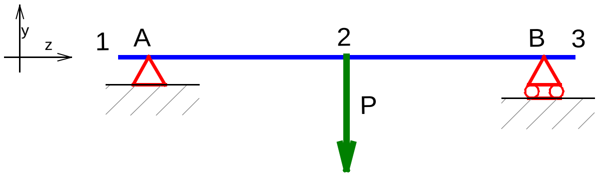
Ipotesi di soluzione

Calcolo statico

La coppia è applicata nella sezione 1 e viene trasmessa alla sezione 3.

Il peso del volano è: $P = mg = 123 \cdot 9{,}81 = 1206{,}63\ N$

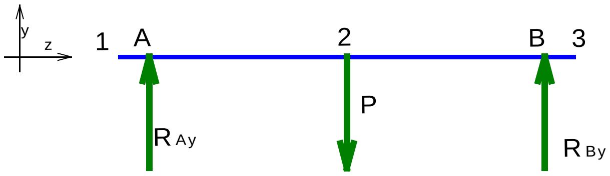
L'albero può essere schematizzato come una trave appoggiata alle estremità e caricata in mezzeria del peso del volano.



Il calcolo delle reazioni vincolari è molto semplice: il carico è applicato in mezzeria per cui le reazioni vincolari in A e B (dirette verso l'alto) sono uguali, come riportato nella figura che segue.

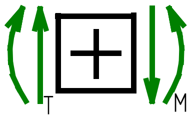
$$R_{Ay} = R_{By} = \frac{P}{2} = \frac{1206{,}6}{2} = 603{,}3\ N$$

Lo schema grafico sarà

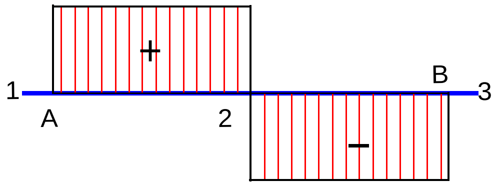


È adesso possibile disegnare i diagrammi del taglio e del momento flettente nel piano yz

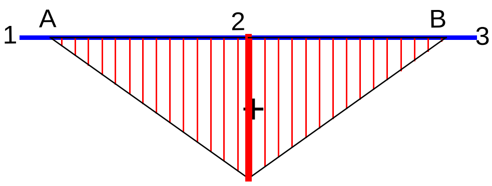
Considerando positivi il taglio ed il momento aventi le direzioni uguali a quelle riportate nel concio elementare disegnato a lato



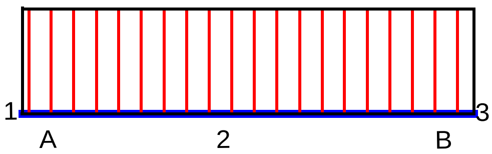
Taglio piano z-y
Nel tratto A-2 il taglio è positivo, è costante e vale T = 603,3 N
nel tratto 2 B è ancora costante ma è negativo e vale e vale T = - 603,3 N



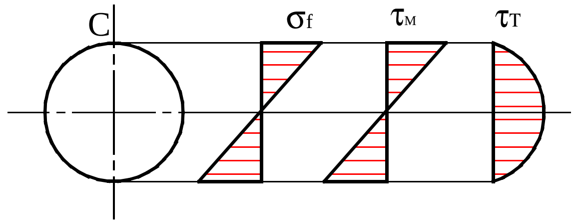
Momento flettente piano y-z
Il momento flettente nel piano y z è variabile in modo lineare, nelle sezioni A e B assume valore 0 mentre nella sezione 2 sarà $M_f = R_{ay} \cdot L_{ay} = 603{,}3 * 500 = 301650$ Nmm



Il momento torcente è costante per tutta la lunghezza dell'albero e vale M_t = 239.000 Nmm



La sezione maggiormente sollecitata è la sezione 2 dove è applicato un momento flettente, un momento torcente ed il taglio.



Considerando la sezione 2 e disegnando in questa sezione le tensioni di flessione, taglio dovuti al momento torcente ed al taglio si nota come in questa sezione il punto maggiormente sollecitato è il punto C dove la tensione dovuta alla flessione ed il taglio dovuto al momento torcente assumono il valore massimo (la tensione tangenziale dovuta al taglio in questo punto è nulla.

Calcolo del coefficiente di sicurezza

Dalla normativa alberi è possibile ricavare il coefficiente di sicurezza statico γ_{as} come prodotto di 3 altri coefficienti legati al grado di pericolosità (della rottura dell'albero), al grado di affidabilità che si desidera ave e dal grado di accettabilità dei dati del materiale.
Scegliendo un grado di pericolosità medio si ha γ_{spe} = 1,50, un grado di affidabilità normale γ_{saf} = 1,00 un grado di accettabilità normale γ_{sac} = 1,00 si ha.

$\gamma_{as} = \gamma_{spe} \cdot \gamma_{saf} \cdot \gamma_{sac} = 1{,}50$

Si ricava la tensione ammissibile

essendo il rapporto $\frac{\sigma_s}{\sigma_r} = \frac{420}{690} = 0{,}61 < 0{,}7$ si ha: $\sigma_{amm} = \frac{\sigma_s}{\gamma_{as}} = \frac{420}{1{,}5} = 280 \frac{N}{mm^2}$

Dal criterio di resistenza di Von Mises si ricava:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

dove $\sigma = \frac{M_f}{W_f} = \frac{32\ M_f}{\pi d^3}$ e $\tau = \frac{M_t}{W_t} = \frac{16\ M_t}{\pi d^3}$

sostituendo nella relazione di Von Mises si ha:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\left(\frac{32\ M_f}{\pi d^3}\right)^2 + 3\left(\frac{16\ M_t}{\pi d^3}\right)^2}$$

con opportuni passaggi

$$\sigma_{id} = \frac{16}{\pi d^3}\sqrt{4\ M_f^2 + 3\ M_t^2}$$

Si impone adesso $$\sigma_{id} \leq \sigma_{amm}$$

da cui si ricava $$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \sigma_{amm}} \sqrt{4\ M_f^2 + 3\ M_t^2}}$$

sostituendo i valori si ha

$$d \geqslant \sqrt[3]{\frac{16}{\pi 280} \sqrt{4 \cdot 301.650^2 + 3 \cdot 239.000^2}} = 23{,}7\, mm$$

Per la sezione 2 è possibile scegliere un diametro di 24 *mm*