DISEGNO, PROGETTAZIONE ED ORGANIZZAZIONE INDUSTRIALE

Sessione ordinaria 1998

Un riduttore, costituito da un rotismo ordinario, è asservito, tramite una prima trasmissione con catena, ad un motore elettrico che eroga la potenza di 30 kW. Il suo albero d'ingresso ruota alla velocità di 250 giri/min mentre quello di uscita compie 15 giri/min.
Il rotismo è dotato di due rinvii con assi complanari ed ha ruote a denti diritti con profilo ad evolvente aventi le seguenti caratteristiche:

- prima coppia:
  - modulo: m_A = 5 mm
  - larghezza denti: b_A = 60 mm
  - numero denti ruota motrice: z_1= 16
  - numero denti ruota mossa: z_2 = 70
  - materiale: C 10 UNI 5331.

- seconda coppia
  - modulo: m_B = 6,5 mm
  - larghezza denti: b_B = 70 mm
  - numero denti ruota motrice: z_3 = 16
  - numero denti ruota mossa: z_4 = 61
  - materiale: C 16 UNI 5331.

Il candidato, dopo aver fissato con motivati criteri i dati eventualmente mancanti, sviluppi i calcoli necessari e disegni il complessivo del rotismo in sezione. Tale disegno dovrà comprendere anche la rappresentazione degli alberi, che devono lavorare con grado di sicurezza non inferiore a 7, e dei relativi collegamenti unificati con le ruote.

Rediga, infine, il disegno di fabbricazione della prima ruota del treno proporzionato, corredandolo di quote, tolleranze e rugosità, e compili il ciclo di lavorazione, definendo il grezzo di partenza, i mezzi di produzione, le macchine, le attrezzature, le lavorazioni e gli utensili necessari per una produzione di un lotto di alcune centinaia di pezzi.

Ipotesi di soluzione

Le caratteristiche dei materiali sono ricavate dalla UNI 5331;

Per l'acciaio C10: $R_{mA}=700 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$ la durezza vale $HB_A = 130$

Per l'acciaio C15: $R_{mB}=900 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$ la durezza vale $HB_B = 160$

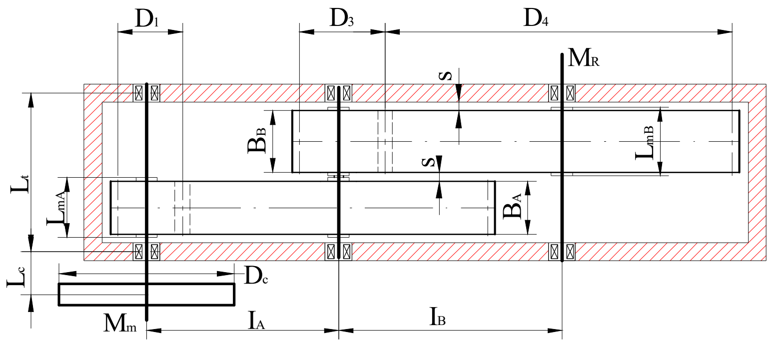
Per tutti e due il modulo di elasticità vale: $E=206\ 000 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$

Considerando che il coefficiente di sicurezza deve essere almeno 7, per il calcolo delle tensioni ammissibili si prendono come riferimento le tensioni di rottura

$$\sigma_{amA}=\frac{R_{mA}}{\gamma}=\frac{700}{7}=100 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right] \qquad \sigma_{amB}=\frac{R_{mB}}{\gamma}=\frac{900}{7}=128{,}6 \quad \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

$$\tau_{amA}=\frac{\sigma_{amA}}{\sqrt{3}}=\frac{100}{\sqrt{3}}=57{,}7 \quad [MPa] \qquad \tau_{amB}=\frac{\sigma_{amB}}{\sqrt{3}}=\frac{128{,}6}{\sqrt{3}}=74{,}3 \quad [MPa]$$

Si inizia con il disegnare un possibile schema del riduttore



Per il calcolo delle lunghezze degli alberi si pone:

- distanza tra il mantello esterno e le ruote dei due ingranaggi s=20 mm
- larghezza B_C dei cuscinetti pari a 30 mm

La lunghezza dell'albero intermedio sarà:

$$L_R = B_A + B_B + 3 \cdot s + 2 \cdot \frac{B_c}{2} = 60 + 70 + 3 \cdot 20 + 2 \cdot \frac{30}{2} = 220 \ [mm]$$

Gli altri due alberi avranno una lunghezza maggiore, si ipotizza $L_{tm} = L_{tc} = 350 \quad [mm]$

Sia $L_c = 100\,[mm]$ la distanza della ruota della catena dal centro del cuscinetto.

Con i dati assegnati si definiscono le dimensioni delle ruote dentate, gli interassi, i rapporti di trasmissione e i rendimenti.

Si assegna il pedice *A* al primo ingranaggio ed il pedice *B* al secondo, i pedici *m* all'albero motore, *c* all'albero condotto ed *r* all'albero intermedio.

Diametri primitivi

$d_1 = m_A \cdot z_1 = 5 \cdot 16 = 80 \ [mm]$ $\qquad d_2 = m_A \cdot z_2 = 5 \cdot 70 = 350 \ [mm]$

$d_3 = m_B \cdot z_3 = 6{,}5 \cdot 16 = 104 \ [mm]$ $\qquad d_4 = m_B \cdot z_4 = 6{,}5 \cdot 61 = 396{,}5 \ [mm]$

Altezza addendum

$h_{aA} = m_A = 5\,[mm]$ $\qquad h_{aB} = m_B = 6{,}5\,[mm]$

Diametri di testa

$d_{t1} = d_1 + 2 \cdot h_{aA} = 80 + 2 \cdot 5 = 80 \ [mm]$ $\qquad d_{t2} = d_2 + 2 \cdot h_{aA} = 350 + 2 \cdot 5 = 360 \ [mm]$

$d_{t3} = d_3 + 2 \cdot h_{aB} = 104 + 2 \cdot 6{,}5 = 117 \ [mm]$ $\qquad d_{t4} = d_4 + 2 \cdot h_{aB} = 396{,}5 + 2 \cdot 6{,}5 = 409{,}5 \ [mm]$

Altezza dedendum

$h_{dA} = 1{,}25 \cdot m_A = 1{,}25 \cdot 5 = 6{,}25\,[mm]$ $\qquad h_{dB} = 1{,}25 \cdot m_B = 1{,}25 \cdot 6{,}5 = 8{,}125\,[mm]$

Diametri di fondo

$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot h_{dA} = 80 - 2 \cdot 6{,}25 = 67{,}5\,[mm]$ $\qquad d_{f2} = d_2 - 2 \cdot h_{dA} = 350 - 2 \cdot 6{,}25 = 337{,}5\,[mm]$

$d_{f3} = d_3 - 2 \cdot h_{dB} = 104 - 2 \cdot 8{,}125 = 87{,}75 \ [mm]$ $\qquad d_{f4} = d_4 - 2 \cdot h_{dB} = 396{,}5 - 2 \cdot 8{,}125 = 380{,}25 \ [mm]$

I due interassi sono:

$$I_A = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{80 + 350}{2} = 215 \quad [mm] \qquad I_B = \frac{d_3 + d_4}{2} = \frac{104 + 396{,}5}{2} = 250{,}25 \quad [mm]$$

Per i rapporti di trasmissione si ha:

$$i_A=\frac{d_2}{d_1}=\frac{350}{80}=4{,}38 \qquad i_B=\frac{d_4}{d_3}=\frac{396{,}5}{104}=3{,}81 \qquad i_t=i_A\cdot i_B=4{,}38\cdot 3{,}81=16{,}69$$

quello totale, calcolato con i numeri di giri forniti è: $i_t=\frac{n_m}{n_c}=\frac{250}{15}=16{,}67$

praticamente uguale a quello già trovato.

L'albero intermedio gira a: $n_r=\frac{n_m}{i_A}=\frac{250}{4{,}38}=57{,}08\left[\frac{giri}{min}\right]$

Dai numeri di giri si ricavano le velocità angolari

$$\omega_m=\frac{2\cdot\pi\cdot n_m}{60}=\frac{2\cdot\pi\cdot 250}{60}=26{,}18\ \left[\frac{rad}{s}\right] \qquad \omega_r=\frac{2\cdot\pi\cdot n_r}{60}=\frac{2\cdot\pi\cdot 57{,}08}{60}=5{,}98\ \left[\frac{rad}{s}\right]$$

$$\omega_c=\frac{2\cdot\pi\cdot n_c}{60}=\frac{2\cdot\pi\cdot 15}{60}=1{,}57\ \left[\frac{rad}{s}\right]$$

e le velocità periferiche delle ruote dentate:

$$v_1=v_2=\omega_m\cdot\frac{d_{p1}}{2}=26{,}18\cdot\frac{80}{2\cdot 1000}=1{,}05\ \left[\frac{m}{s}\right] \qquad v_4=v_3=\omega_c\cdot\frac{d_{p4}}{2}=1{,}57\cdot\frac{396{,}5}{2\cdot 1000}=0{,}31\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

I rendimenti dei due ingranaggio sono:

$$\eta_A=1-0{,}5\cdot\pi\left(\frac{1}{z_1}+\frac{1}{z_2}\right)\cdot f=1-0{,}5\cdot\pi\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{70}\right)\cdot 0{,}35=0{,}958$$

$$\eta_B=1-0{,}5\cdot\pi\left(\frac{1}{z_3}+\frac{1}{z_4}\right)\cdot f=1-0{,}5\cdot\pi\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{61}\right)\cdot 0{,}35=0{,}956$$

Per il calcolo delle potenze trasmesse si definisce P_0= 30 [kW] la potenza del motore, fornita dalla traccia.

La trasmissione della stessa al riduttore avviene mediante un collegamento con catena, per questa si assume un rendimento $\eta_{cat}=97\ \%$

si ha:

$P_m=P_0\cdot\eta_{cat}=30000\cdot 0{,}97=29100[W]$ sull'albero motore

$P_r=P_m\cdot\eta_A=29100\cdot 0{,}958\simeq 27871[W]$ sull'albero intermedio

$P_c=P_r\cdot\eta_B=27878\cdot 0{,}956\simeq 26662[W]$ sull'albero condotto

Le coppie agenti sugli alberi

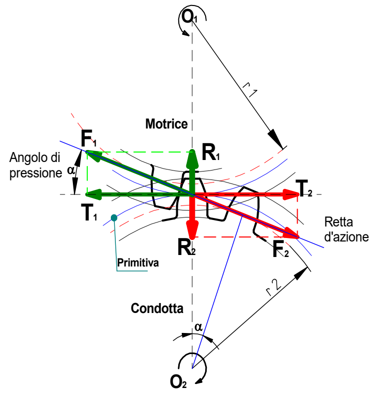
$$Mt_m=\frac{P_m}{\omega_m}=\frac{29100}{26{,}18}\simeq 1111{,}54\ [Nm]=1111540\ [Nmm]$$

$$Mt_r=\frac{P_r}{\omega_r}=\frac{27871}{5{,}98}\simeq 4657{,}69\ [Nm]=4657690\ [Nmm]$$

$$Mt_c=\frac{P_c}{\omega_c}=\frac{26662}{1{,}57}\simeq 16973{,}96\ [Nm]=16973960\ [Nmm]$$

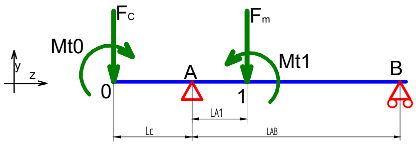
Per poter disegnare il riduttore è necessario definire le dimensioni degli alberi, dei cuscinetti, delle linguette.
Per il calcolo è necessario valutare le forze che si scambiamo le ruote dentate.

Nella figura a lato sono riportati due denti che si trasmettono potenza; la trasmissione avviene mediante due forze, uguali e contrarie, alla forza fatta dalla ruota motrice (in rosso in figura) si oppone una forza di reazione (in verde in figura) della ruota condotta, nel calcolo sarà necessario valutare la loro intensità. Le due forze hanno, come retta d'azione, la retta di pressione, quindi risultano inclinate di 20°



Calcolo Albero Motore

Si definisce uno schema di riferimento



L'estremità dell'albero e soggetto al momento torcente ed al tiro della catena, trascurando l'azione di taglio di F_c è possibile valutare il diametro

$$d_{0M} \geq \sqrt[3]{\frac{16\,Mt_m}{\pi \cdot \tau_{amA}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1111500}{\pi \cdot 57{,}7}} = 46{,}11 \quad [mm] \simeq 47 \quad [mm]$$

Nella sezione è prevista una linguetta; per un diametro di 47 mm essa ha dimensioni $b \times h = 14 \times 9$, la cava sull'albero ha profondità di 5,5 mm, è necessario maggiorare il valore trovato, lo si aumenta di 6 mm, quindi:

$$d_{0M} = 47 + 6 = 53 \quad [mm]$$

con questo diametro la linguetta ha dimensioni $b \times h = 16 \times 10$ con una cava di 6 mm il diametro della sezione resistente $d = 53 - 6 = 47$ è maggiore di quello richiesto dal calcolo.

La linguetta dovrà avere una lunghezza almeno di $l_{lem} \geqslant \dfrac{3\,M_{tm}}{d_{em} \cdot b \cdot \tau_{aml}} = \dfrac{3 \cdot 1111500}{53 \cdot 16 \cdot 113} = 34{,}79\,[mm]$

per limitare la pressione ai lati della linguetta si sceglie $l_{lem} = 63\,[mm]$

con la quale si ha $p = \dfrac{4 \cdot Mtm}{d_{em} \cdot h \cdot l_{lem}} = \dfrac{4 \cdot 1111500}{53 \cdot 10 \cdot 63} = 133{,}15 \left[\dfrac{N}{mm^2}\right]$.

Il diametro della sezione A, sede del cuscinetto, dovrà avere un diametro maggiore, si pone $d_{Am} = 55\,[mm]$.

Per verificare i diametri scelti è necessario ricavare i carichi che agiscono.

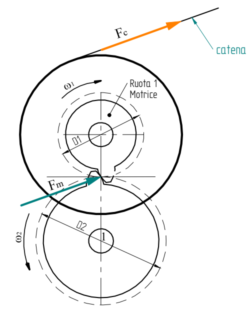
La potenza viene trasmessa al riduttore mediante una catena, quindi nella sezione di estremità agirà il tiro della stessa, ipotizzando un diametro della ruota dentata della catena di 300 mm e possibile valutarne l'intensità.

$$F_c = \frac{2\,M_m}{D_c} = \frac{2 \cdot 1111500}{300} = 7410\,[N] \simeq 7500\,[N]$$

Essa sarà posizionata ad una distanza L_c = 100 mm dal cuscinetto.

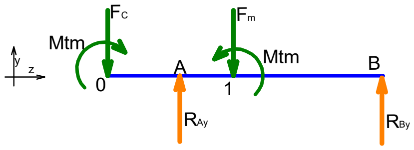
Sulla ruota dentata agirà una forza diretta lungo la retta di pressione, inclinata di 20° ed avrà intensità

$$F_m = \frac{2 \cdot M_{tm}}{d_1 \cdot \cos(20°)} = \frac{2 \cdot 1111500}{80 \cdot \cos(20°)} = 29570{,}8\,[N]$$



La retta d'azione ed il verso del tiro della catena sono indeterminati, si ipotizza che le forza della catena e della ruota dentata siano parallele. Nella figura a lato è riportato un possibile schema di funzionamento. Spostando le forze all'asse dell'albero esse risultano appartenenti al medesimo piano, i due versi sono concordi

Il corpo libero dello schema è:



Si ha:

$$L_{0A} = L_c = 100\,[mm] \qquad L_{AB} = 220\,[mm]$$

$$L_{A1} = 15 + 20 + \frac{60}{2} = 65\,[mm] \qquad L_{0B} = 100 + 220 = 320\,[mm] \qquad L_{1B} = 220 - 65 = 155\,[mm]$$

Le reazioni vincolari sono:

$$R_{Ay} = \frac{F_C \cdot L_{1B} + F_M \cdot L_{2B}}{L_{AB}} = \frac{7500 \cdot 320 + 29571 \cdot 155}{220} = 31743\,[N]$$

$$R_{By} = F_c + F_m - R_{Ay} = 7500 + 29571 - 31743 = 5328\,[N]$$

I momenti flettenti nelle sezioni A e B sono

$$M_{fA} = F_c \cdot L_{1A} = 7500 \cdot 100 = 750000\,[Nmm]$$

$$M_{f1} = R_{By} \cdot L_{1B} = 5328 \cdot 155 = 825840\,[Nmm]$$

Nella sezione A il diametro è quello del cuscinetto $d_{Am} = 55\,[mm]$, la sezione 1 dovrà avere un diametro superiore (circa 60 mm) per cui si decide di ricavare la ruota direttamente dall'albero, si considera un diametro resistente pari a quello di fondo del pignone $d_{1m} = 67\,[mm]$, si effettua la verifica delle due sezioni

$$\sigma_{maxA} = \frac{32 \cdot \sqrt{M_{FA}^2 + \frac{3}{4} M_{tm}^2}}{\pi\, d_{Am}^3} = \frac{32 \cdot \sqrt{750000^2 + \frac{3}{4}\, 1111500^2}}{\pi\, 55^3} = 74{,}70 \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

$$\sigma_{max1} = \frac{32 \cdot \sqrt{M_{F1}^2 + \frac{3}{4} M_{tm}^2}}{\pi\, d_{2m}^3} = \frac{32 \cdot \sqrt{825840^2 + \frac{3}{4}\, 1111500^2}}{\pi \cdot 67^3} = 42{,}95 \left[\frac{N}{mm^2}\right]$$

Valori inferiori alla tensione ammissibile a $\sigma_{amA.}$

Scelta cuscinetti

I decide di utilizzare dei cuscinetti a rulli e si pone una vita utile di 10000 ore di funzionamento
Il numero di cicli totali che il cuscinetto deve fare è:

$$L_{10m} = \frac{60 \cdot n_n \cdot h}{10^6} = \frac{60 \cdot 250 \cdot 10000}{10^6} = 150 \quad [milioni\ cicli]$$

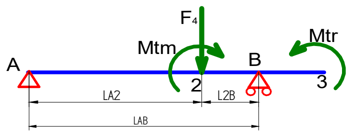
Con riferimento alla sezione A, maggiormente sollecitata, si calcola il carico dinamico minimo che il cuscinetto deve avere, (si ricorda che i cuscinetti a rulli p=10/3)

$$C_L = L_{10}^{\frac{1}{p}} \cdot F = 150^{\frac{3}{10}} \cdot 31743 = 142716 \ \ [N] = 142{,}72 \ \ [kN]$$

Dal catalogo SKF si sceglie quello che ha, diametro interno di 55 mm, diametro esterno di 120 mm, larghezza 31,5 mm, coefficiente di carico dinamico pari 166, codice 30311J2/Q.

Albero condotto

Si considera lo schema di calcolo dell'albero riportato in figura



L'estremità 3 è soggetta al solo momento torcente per cui, è possibile valutare il diametro

$$d_{3C} \geq \sqrt[3]{\frac{16\, Mt_C}{\pi \cdot \tau_{amB}}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 16973960}{\pi \cdot 74{,}3}} = 105{,}21 \ \ [mm] \simeq 106 \ \ [mm]$$

Nella sezione è prevista la cava per la linguetta, è necessario quindi maggiorarlo.

Per un diametro di 106 mm la linguetta ha dimensioni $b \times h = 28 \times 16$, la cava dell'albero ha profondità di 10 mm, per limitare la lunghezza della linguetta si decide per :

$d_{3C} = 128 \ \ [mm]$ con una linguetta di dimensioni $b \times h = 32 \times 18$

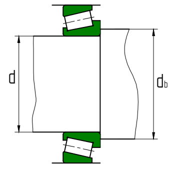
La linguetta dovrà avere una lunghezza almeno di $l_{lec} \geqslant \dfrac{3\, M_{tc}}{d_{ec} \cdot b \cdot \tau_{aml}} = \dfrac{3 \cdot 16973960}{128 \cdot 32 \cdot 113} = 110\,[mm]$

scegliendo una lunghezza di 125 mm si avrebbe $p = \dfrac{4 \cdot Mtc}{d_{ec} \cdot h \cdot l_{lec}} = \dfrac{4 \cdot 16973960}{128 \cdot 18 \cdot 125} = 235{,}8 \left[\dfrac{N}{mm^2}\right]$

Per limitare la pressione si utilizzano due linguette a 180 gradi, questo comporta la necessità di aumentare ulteriormente il diametro , si decide per $d_{3C} = 132\ mm$ con una linguetta di dimensioni $b \times h = 36 \times 120$, le due linguette avranno lunghezza $l_{lec} = 125\,[mm]$

la pressione vale $p = \dfrac{4 \cdot Mtc}{d_{ec} \cdot h \cdot l_{lec}} = \dfrac{4 \cdot 16973960}{132 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 125} = 102{,}9 \left[\dfrac{N}{mm^2}\right]$, valore accettabile

Nella sezione B è presente un cuscinetto che necessariamente avrà diametro maggior di 132 si pone $d_{BC} = 140\,[mm]$ mm



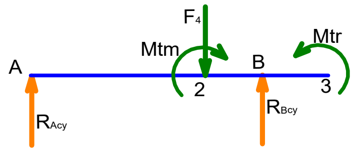
Dal manuale dei cuscinetti è previsto una spallamento con un diametro minimo di 150 mm, si pone $d_{2C} = 150\,[mm]$.
Per il posizionamento della ruota il diametro successivo è di 170 mm.

Definito il diametro della sezione 2 è necessario verificarne la resistenza ai carichi applicati.

Sull'albero agisce, oltre il momento torcente, la forza F_4 che si scambiano le ruote 3 e 4, essa ha come retta d'azione l'asse di pressione, la sua intensità è:

$$F_4=\frac{2\cdot M_{tc}}{d_4\cdot\cos(20°)}=\frac{2\cdot 16973960}{396{,}5\cdot\cos(20°)}=91113{,}82\,[N]$$

Disegnato il corpo libero



si calcolano le reazioni vincolari

$$R_{Acy}=\frac{F_4\cdot L_{2B}}{L_{AB}}=\frac{91113{,}82\cdot 70}{220}=28990{,}7\,[N]$$
$$R_{Bcy}=\frac{F_4\cdot L_{A2}}{L_{AB}}=\frac{91113{,}82\cdot 150}{220}=62123{,}1\,[N]$$

Nella sezione 2 il momento flettente vale $M_{f2c}=R_{Acy}\cdot L_{A2}=28990{,}7\cdot 150=4348614{,}3\,[Nmm]$

Quello ideale è $M_{f2ci}=\sqrt{M_{f2c}^2+\frac{3}{4}\cdot M_{tc}^2}=\sqrt{4348614{,}3^2+\frac{3}{4}\cdot 16973960^2}=15329613{,}3\,[Nmm]$

Il diametro della sezione dovrà essere $d\geq\sqrt[3]{\frac{32\cdot M_{f2ci}}{\pi\cdot\sigma_{amB}}}=\sqrt[3]{\frac{32\cdot 15329613{,}3}{\pi\cdot 128{,}6}}=106{,}69=107\,[mm]$

Nella sezione il diametro dell'albero è di 150 mm, per questo diametro la linguetta ha dimensioni $b\times h=36\times 20$ la cava sull'albero ha profondità di 12 mm , il diametro resistente è di 138 mm.

La linguetta dovrà avere una lunghezza almeno di $l_{l2c}\geqslant\frac{3\,M_{tc}}{d_{2c}\cdot b\cdot\tau_{aml}}=\frac{3\cdot 16973960}{150\cdot 36\cdot 113}=83\,[mm]$

la lunghezza è eccessiva il mozzo della ruota ha larghezza di soli 70 mm per cui è necessario utilizzare due linguette di lunghezza, si opta per due linguette a 180° lunghe 70 mm.
la pressione vale: $p=\frac{4\cdot Mtc}{d_{ec}\cdot h\cdot l_{lec}}=\frac{4\cdot 16973960}{150\cdot 18\cdot 2\cdot 70}=161{,}65\left[\frac{N}{mm^2}\right]$

La linguetta 36 × 20 lunga 70 mm non è prevista dalla normativa per cui sarà necessario prenderne una lunga 140 mm e tagliarla in due parti uguali, in questo caso la forma sarà arrotondata da un lato e piatta dall'altra.

<u>Scelta cuscinetti</u>

Si calcola il numero di giri totali che il cuscinetto fa nelle ore date.

$$L_{10c}=\frac{60\cdot n_c\cdot h}{10^6}=\frac{60\cdot 15\cdot 10000}{10^6}=9\quad[milioni\ cicli]$$

Facendo riferimento alla sezione B maggiormente sollecitata, si calcola il carico dinamico minimo del cuscinetto che si vuole utilizzare, (si ricorda che i cuscinetti a rulli p=10/3)

$$C_L=L_{10}^{\frac{1}{p}}\cdot F=9^{\frac{3}{10}}\cdot 62123{,}1=120095\ [N]=120\ [kN]$$

Dal catalogo SKF, si sceglie un cuscinetto con: un diametro interno di 140 mm, diametro esterno di 190 mm larghezza 32 mm e coefficiente di carico dinamico pari 205 codice 32928

Per motivi di ingombro il cuscinetto della sezione A non sarà uguale a quello scelto per la sezione B, ma avrà diametro interiore si pone d_A = 100 mm.

Albero intermedio r

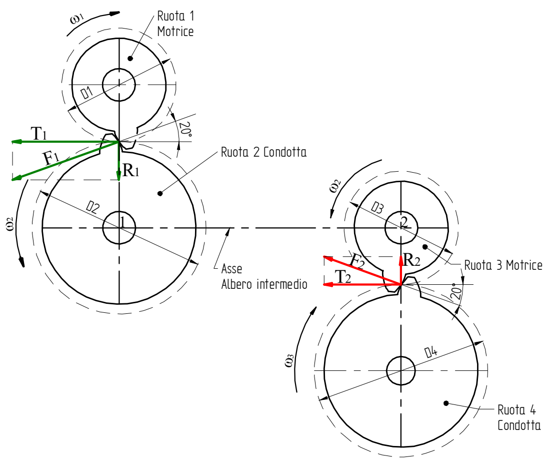


Figura: B

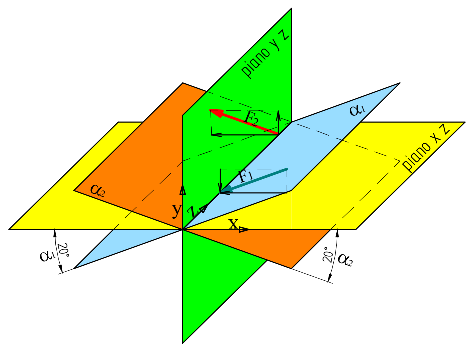
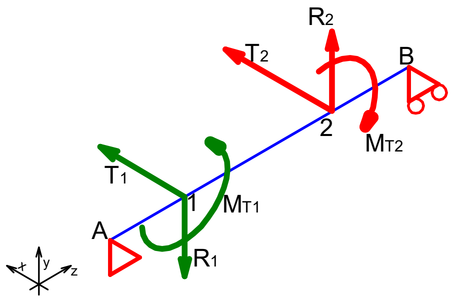


Figura: C

- nella figura B sono riportati i due ingranaggi calettati sull'albero intermedio e le forze che agiscono sulle ruote (2 e 3) ;
- Nella figura C sono evidenziati i piani in cui agiscono le forze, la forza F_1 giace nel piano α_1 mentre la F_2 sul piano α_2, i due piani non coincidono ma tra essi c'è un angolo di di 40° (20° + 20° angoli di pressione), nella stessa figura sono riportate anche i componenti di F_1 ed F_2 sui piani xz e yz



L'assonometria dell'albero, in figura, ripota le forze ed i momenti agenti, in particolare delle due forze agenti sui denti sono riportate le componenti radiali e tangenziali.

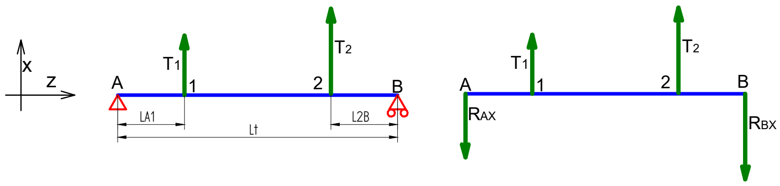
Si ha:

$$T_{1r} = \frac{2 \cdot M_{Tr}}{d_2} = \frac{2 \cdot 4657690}{350} = 26615{,}4 \quad [N]$$
$$T_{2r} = \frac{2 \cdot M_{Tr}}{d_3} = \frac{2 \cdot 4657690}{104} = 89570{,}9 \quad [N]$$
$$R_{1r} = T_{1r} \cdot tg(\alpha) = 26615{,}4 \cdot tg(20°) = 9687{,}2 \quad [N]$$

$$R_{2r} = T_2 \cdot tg(\alpha) = 89570{,}9 \cdot tg(20°) = 32601{,}2 \quad [N]$$

$$L_{A1} = 65\,[mm] \qquad L_{2B} = 70\,[mm] \qquad L_{AB} = 220\,[mm] \qquad L_{A2} = 150\,[mm]$$

Calcolo Piano y - z

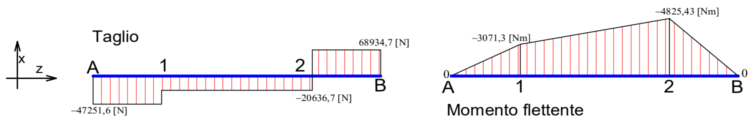


Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno al punto A si ha

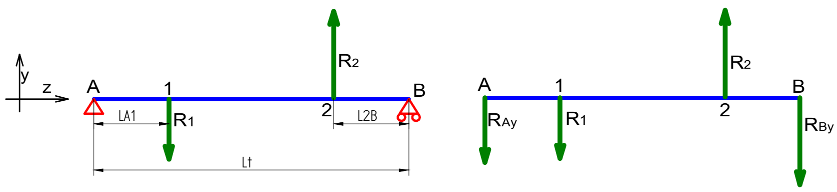
$$T_1 \cdot L_{A1} + T_2 \cdot L_{A2} - R_{Bx} \cdot L_t = 0 \quad \text{si ottiene}$$
$$R_{Bx} = \frac{T_1 \cdot L_{A1} + T_2 \cdot L_{A2}}{L_t} = \frac{26615{,}4 \cdot 65 + 89570{,}9 \cdot 150}{220} = 68934{,}7 \quad [N]$$
$$R_{Ax} = T_1 + T_2 - R_{Ax} = 26615{,}4 + 89570{,}9 - 68934{,}7 = 47251{,}6 \quad [N]$$

Il momento nella sezione 2 vale $M_{f2y} = R_{Bx} \cdot L_{2B} = 68934{,}7 \cdot 70 = 4825429\,[Nmm] = 4825{,}43\,[Nm]$
quello della sezione 1 vale $M_{f1y} = R_{Ax} \cdot L_{A1} = 47251{,}6 \cdot 65 = 3071354\,[Nmm] = 3071{,}3\,[Nm]$
Entrambi negativi

I diagrammi del momento e del taglio saranno :



Calcolo Piano y - z



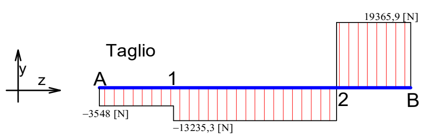
Imponendo l'equilibrio alla rotazione intorno al punto A si ha

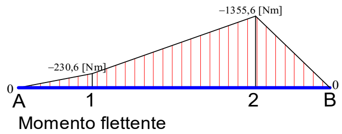
$$R_1 \cdot L_{A1} - R_2 \cdot L_{A2} + R_{By} \cdot L_t = 0 \quad \text{si ottiene}$$

$$R_{By} = \frac{R_2 \cdot L_{A2} - R_1 \cdot L_{A1}}{L_t} = \frac{32601{,}2 \cdot 150 - 9687{,}2 \cdot 65}{220} = 19365{,}9 \quad [N]$$
$$R_{Ay} = -R_1 + R_2 - R_{Ay} = -9687{,}2 + 32601{,}2 - 19365{,}9 = 3548{,}0 \quad [N]$$

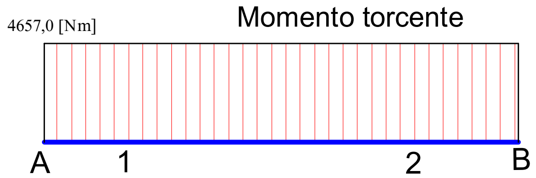
Il momento nella sezione 2 vale $M_{f2x} = R_{By} \cdot L_{2B} = 19365{,}9 \cdot 70 = 1355613\,[Nmm] = 1355{,}6\,[Nm]$
quello della sezione 1 vale $M_{f1x} = R_{Ay} \cdot L_{A1} = 3548{,}0 \cdot 65 = 230620\,[Nmm] = 230{,}6\,[Nm]$

I diagrammi del momento e del taglio saranno :



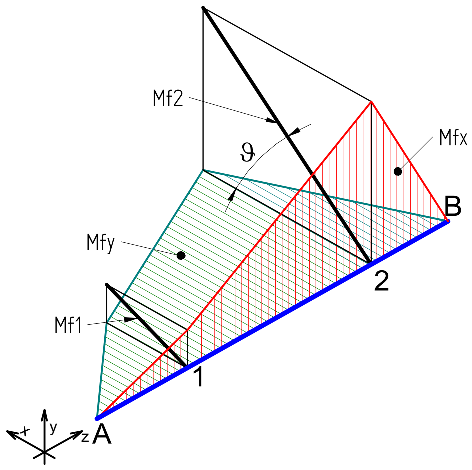


Il diagramma del momento torcente



<u>Carichi totali</u>

Disegnando in assonometria i diagrammi dei momenti trovati è facile vedere che le sezioni maggiormente sollecitate sono le sezione 2 e 1, dove sono calettate le ruote dentate.



I due momenti flettenti si ricavano facilmente

$$M_{f\,2}=\sqrt{M_{fx\,2}^2+M_{fy\,2}^2}=\sqrt{1355615^2+4825429{,}8^2}=5012231{,}52\ \ [N\,mm]$$
$$M_{f\,1}=\sqrt{M_{fx\,1}^2+M_{fy\,1}^2}=\sqrt{230321^2+3071352^2}=3079998{,}24\ \ [N\,mm]$$

Per il calcolo delle tensioni nelle varie sezioni si ipotizza di ruotare il piano z -x attorno all'asse z in modo che il momento totale ricavato abbia retta azione nel piano z-x.
Ricaviamo i due momenti flettenti ideali nelle sezioni 1 e 2 utilizzando l'equazione di Henky Von Mises

$$M_{fid\,2}=\sqrt{\left(M_{f\,2}^2+\frac{3}{4}\cdot M_{tr}^2\right)}=\sqrt{\left(501223105^2+\frac{3}{4}\cdot 4657688^2\right)}=6433739{,}7\ \ [Nmm]$$
$$M_{fid\,1}=\sqrt{\left(M_{f\,1}^2+\frac{3}{4}\cdot M_{tr}^2\right)}=\sqrt{\left(3079998{,}2^2+\frac{3}{4}\cdot 4657688^2\right)}=5075128{,}7\ \ [Nmm]$$

Imponendo $\sigma_{id}\le\sigma_{am}$

si ha:

$$d_2\ge\sqrt[3]{\frac{32\,M_{fid\,2}}{\pi\cdot\sigma_{am}}}=\sqrt[3]{\frac{32\cdot 6433739{,}7}{\pi\cdot 128{,}6}}=79{,}88\ \ [mm]=80\ \ [mm]$$
$$d_1\ge\sqrt[3]{\frac{32\,M_{fid\,1}}{\pi\cdot\sigma_{am}}}=\sqrt[3]{\frac{32\cdot 5075128{,}7}{\pi\cdot 128{,}6}}=73{,}81\ \ [mm]=75\ \ [mm]$$

i due diametri dovranno essere maggiorati per tener conto delle cave delle linguette.

Per questi diametri la linguetta ha dimensioni $b \times h = 22 \times 14$ la cava dell'albero ha profondità di 9 mm per cui si ha:

$$d_2 = 80 + 9 = 89 \ [mm] \qquad d_1 = 75 + 9 = 84 \ [mm]$$

Nella sezione 2 è calettata la ruota 3 che ha un diametro di fondo $d_{f3} = 87{,}75\,[mm]$ inferiore al diametro necessario per cui la ruota sarà ricavata direttamente dall'albero.

Nella sezione 1 è calettata la ruota 2 che ha un diametro di fondo $d_f = 337{,}75\,[mm]$, si sceglie quindi per questa sezione un diametro di 85 mm.

Dimensioni linguetta

La linguetta dovrà avere una lunghezza almeno di $l_{l1r} \geqslant \frac{3\,M_{tr}}{d_{ec} \cdot b \cdot \tau_{aml}} = \frac{3 \cdot 4657688}{85 \cdot 25 \cdot 113} = 58\,[mm]$

Per limitare la pressione ai lati della linguetta si sceglie $l_{l1r} = 63\,[mm]$

con la quale si ha un pressione $p = \frac{4 \cdot Mtr}{d_{ec} \cdot h \cdot l_{lec}} = \frac{4 \cdot 4657688}{85 \cdot 14 \cdot 63} = 248{,}50 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$,

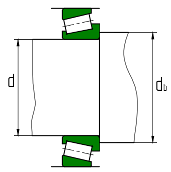
La pressione è alta, non potendo utilizzare linguette di lunghezza maggiore, in quanto il mozzo deve avere lunghezza di poco superiore a 70 mm, si decide di utilizzare due linguette a 180 gradi di lunghezza 70 mm. La presenza di due cave impone un aumento delle dimensioni dell'albero, si pone $d_1 = 95\,[mm]$

la pressione diventa $p = \frac{4 \cdot Mtc}{d_{ec} \cdot h \cdot l_{lec}} = \frac{4 \cdot 4657688}{95 \cdot 14 \cdot 2 \cdot 70} = 100{,}06 \left[\frac{N}{mm^2} \right]$

Scelta cuscinetti

Per una una vita media di almeno 10000 ore di funzionamento si ha:

$$L_{10} = \frac{60 \cdot n_r \cdot h_1}{10^6} = \frac{60 \cdot 57{,}08 \cdot 10000}{10^6} = 34{,}24$$

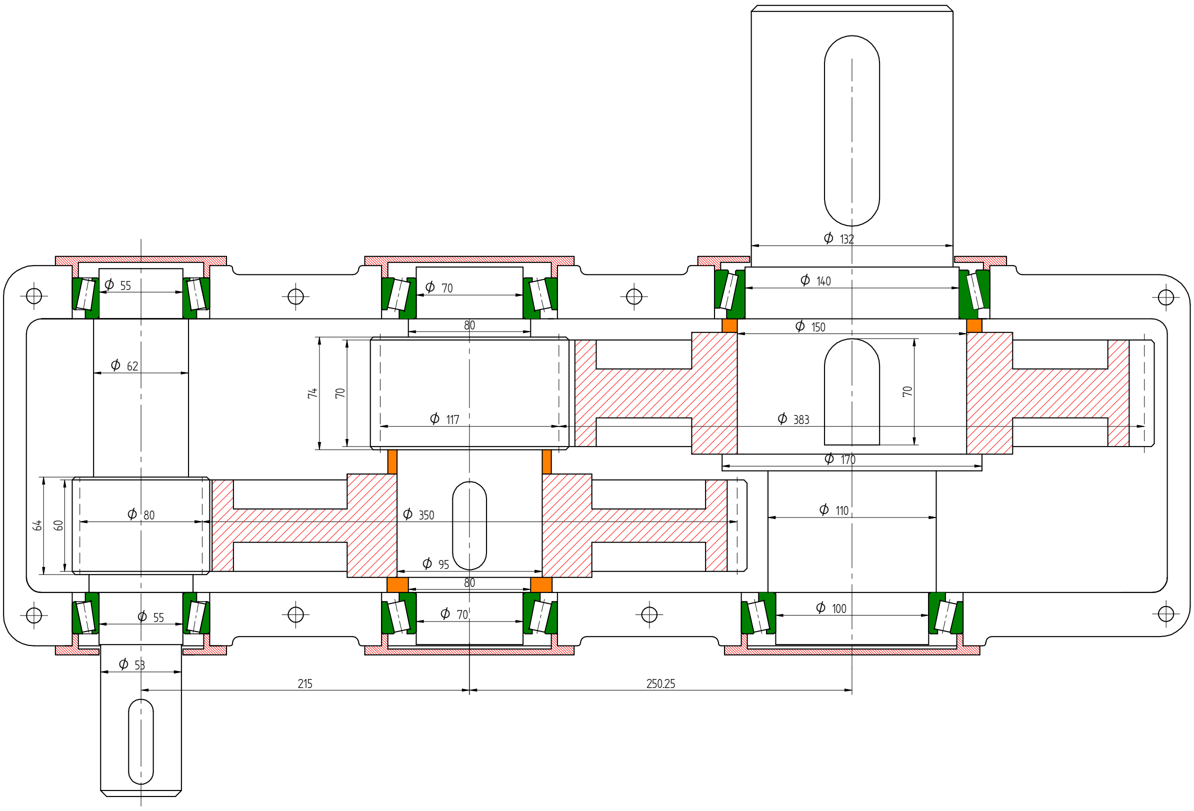


$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{46208{,}9^2 + 2759{,}6^2} = 46291{,}2 \quad [N]$$
$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{70081{,}8^2 + 20174{,}9^2} = 72927{,}9 \quad [N]$$

per cuscinetto Lato A si ha

$$C_{LA} = R_A \cdot L_{10}^{\frac{1}{p}} = 46291{,}2 \cdot 34{,}24^{\frac{1}{3}} = 14255{,}7 \quad [N]$$

Dal catalogo SKF, si sceglie un cuscinetto con: un diametro interno di 70 mm, diametro esterno di 110 mm larghezza 25 mm e coefficiente di carico dinamico pari a 101 kN codice 32014X/Q


Φ 132
Φ 55
Φ 70
Φ 140
Φ 150
80
Φ 62
74
70
Φ 117
Φ 383
70
Φ 170
64
60
Φ 80
Φ 350
Φ 110
Φ 95
80
Φ 55
Φ 70
Φ 100
Φ 53
215
250.25