

Proiezioni

Volendo disegnare un oggetto è necessario risolvere il seguente problema:

come rappresentare un solido, avente tre dimensioni, sulla superficie di un foglio che di dimensioni ne ha solo due.

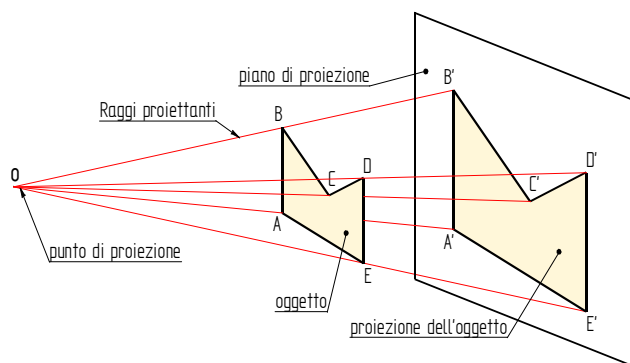
La soluzione consiste nell'utilizzare delle tecniche di proiezione che permettono di mettere in relazione un punto nello spazio con un corrispondente punto nel piano.

Le principali sono:

- proiezione centrale o conica
- proiezione parallela

La proiezione conica

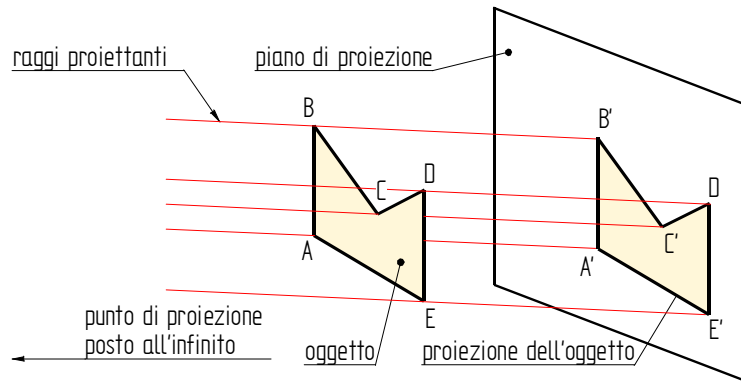
Si consideri un osservatore, un foglio di carta su cui si vuole disegnare la proiezione ed un oggetto situato tra l'osservatore ed il foglio di carta proiezione.



Dal punto O che rappresenta l'occhio dell'osservatore si fanno partire dei sottili fili (raggi proiettanti) che, passando per i vertici dei lati dell'oggetto, si prolungano sino al piano di proiezione, congiungendo i punti trovati si ottiene una figura che rappresenta la proiezione sul piano dell'oggetto iniziale

La proiezione parallela

Nella proiezione parallela si ipotizza che l'osservatore sia ad una distanza infinita dall'oggetto e dal piano di disegno, in questo caso i raggi proiettanti sono paralleli per cui questa proiezione viene detta anche *proiezione parallela*.



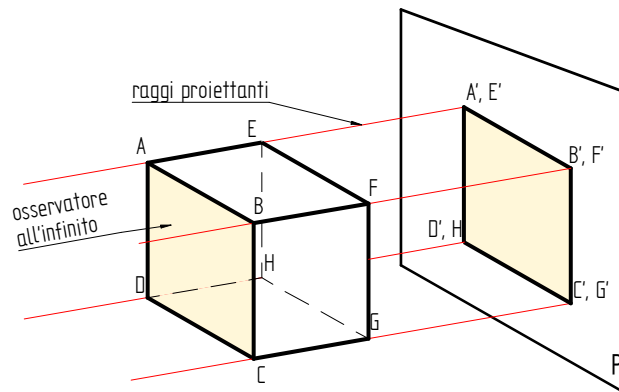
Tipi di proiezioni parallele

Le proiezioni parallele sono:

1. proiezioni ortogonali
2. proiezioni assonometriche
 - a) proiezione assonometrica ortogonale
 - b) proiezione assonometrica obliqua o cavaliera

Proiezione ortogonale

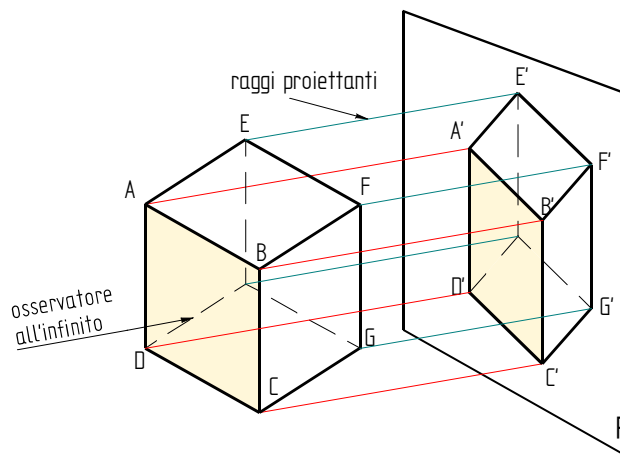
Si consideri un cubo avente una faccia parallela al piano di proiezione.
I raggi proiettanti sono perpendicolari sia alla faccia del cubo che al piano.



Mediante i raggi si disegna una figura che rappresenta la proiezione ortogonale del cubo con dimensioni uguali a quella dell'oggetto originale.
I punti A ed E saranno attraversati dallo stesso raggio proiettante per cui essi si proietteranno su un solo punto.

Proiezione assonometrica ortogonale

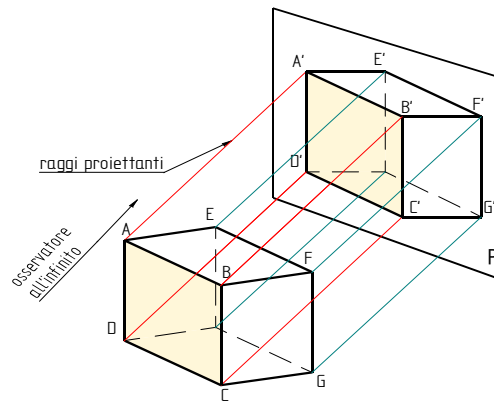
In questo caso la faccia del cubo è angolata rispetto al piano di proiezione.
I raggi proiettanti sono ancora paralleli e perpendicolari al piano.



I punti A ed E adesso saranno proiettati da due punti raggi diversi che riporteranno sul piano punti diversi,
Le dimensioni della faccia non sono uguali a quelle originali

Proiezione assonometrica obliqua

In questo caso il cubo ha le facce parallele al piano di proiezione i raggi proiettati sono invece angolati rispetto al piano e quindi anche alla faccia.



La proiezione di una faccia è uguale sia in forma che in dimensione alla originale. Gli angoli delle facce laterali del cubo subiscono delle variazioni. Il lato A'B' non sarà più perpendicolare al lato B'F' e le lunghezze dei lati BF e B'F' non sono più uguali.

Le proiezioni ortogonali

Le proiezioni ortogonali sono quelle maggiormente utilizzate nel disegno tecnico.

Nel disegno

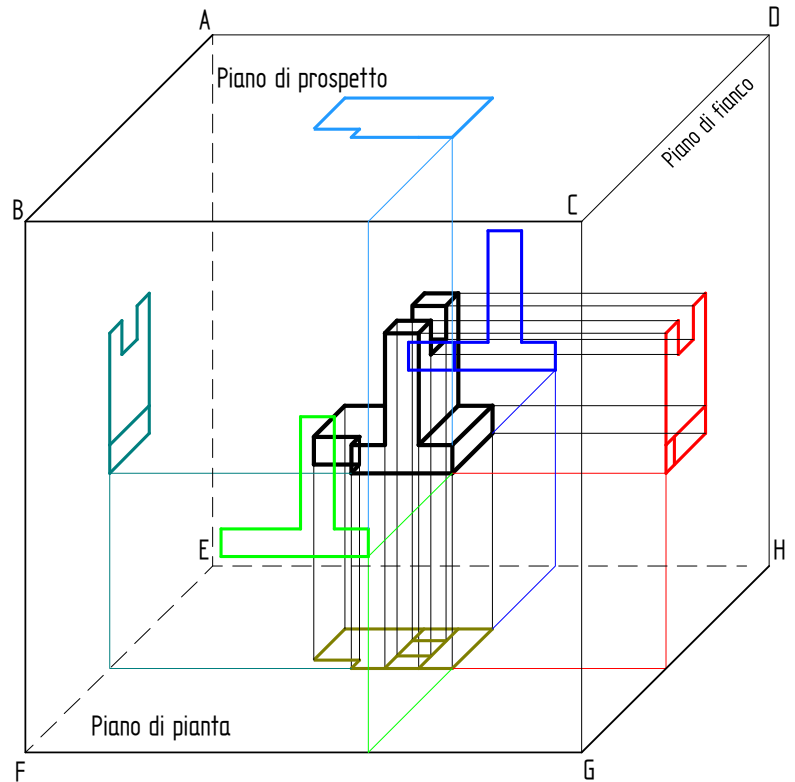
- è necessario inserire tutti gli elementi necessari alla esecuzione dell'oggetto rappresentato
- deve essere di facile esecuzione ed interpretazione

si deduce che difficilmente una sola proiezione sarà sufficiente.

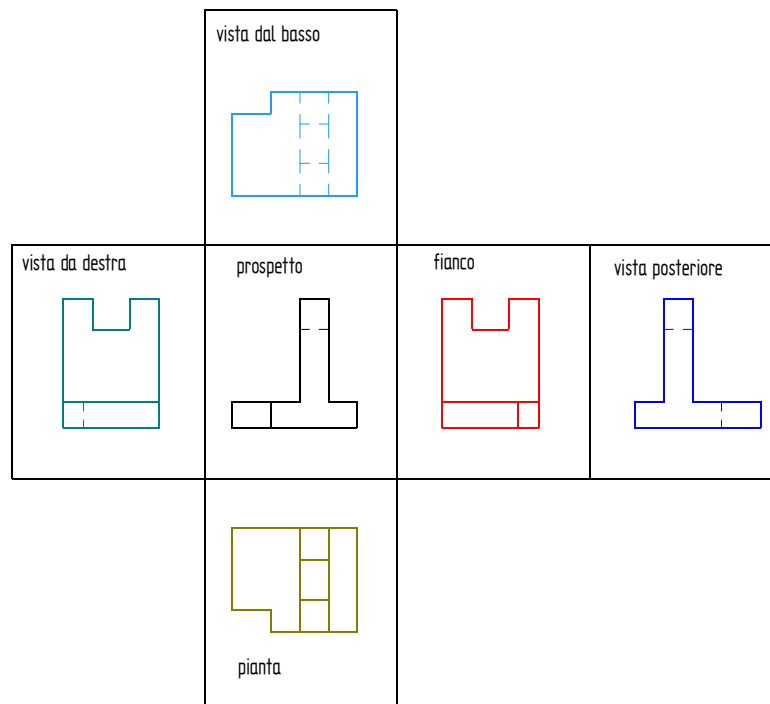
Il metodo più utilizzato di rappresentazione quello detto delle *tre proiezioni*.

Si immagini di avere l'oggetto da disegnare racchiuso in un cubo

Si traccia su ogni faccia del cubo una proiezione ortogonale, per cui in totale esse sono 6.



Si ipotizza di tagliare gli spigoli del cubo e di aprirlo sviluppando le sue facce su un piano, in modo da poter vedere contemporaneamente tutte le proiezioni disegnate.



La proiezione dell'oggetto dal davanti è detta *vista anteriore*, ma anche *prospetto*

La proiezione dell'oggetto dal dietro a in avanti è detta *vista posteriore*

La proiezione del lato sinistro è disegnata sulla destra del prospetto, essa è detta *vista da sinistra* o anche *fianco*,

La proiezione del lato destro è disegnata sulla sinistra del prospetto, essa è detta *vista da destra*

La proiezione dell'oggetto dall'alto in basso è detta *vista dall'alto* o anche *pianta*

La proiezione dell'oggetto dal basso verso l'alto è detta *vista dal basso*

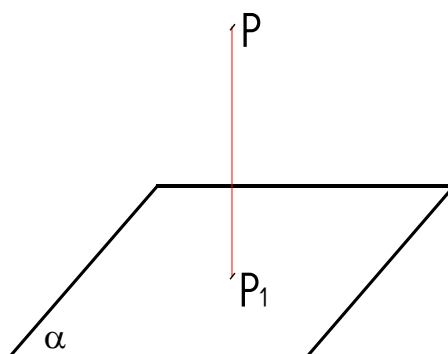
Il prospetto, il fianco e la pianta sono le proiezioni più importanti.

Qualunque sia il numero di proiezioni utilizzate la loro posizione nel disegno si deve rispettare quello dello schema appena riportato.

Concetto geometrico di proiezione

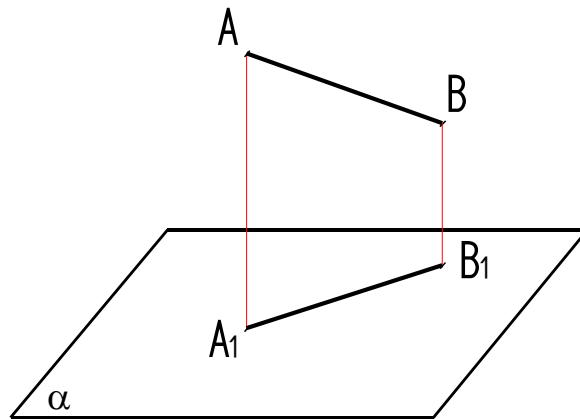
Dalla geometria si ricorda che la proiezione di un punto su un piano è il piede della perpendicolare, al piano, passante per il punto stesso.

Quindi: P_1 è la proiezione del punto P sul piano α .



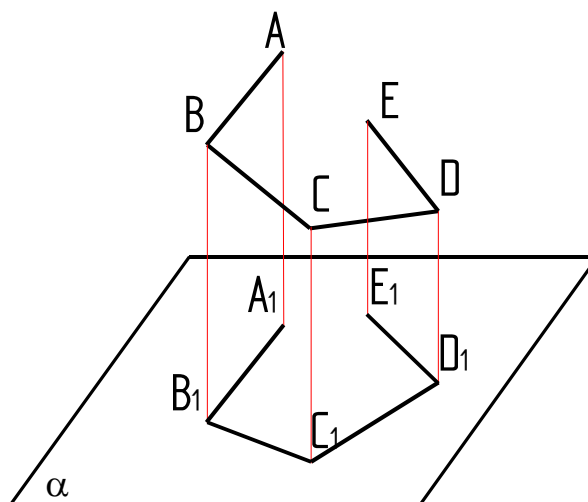
La proiezione di un segmento su un piano si ottiene proiettando prima i suoi vertici e, successivamente, unendoli.

Il segmento A_1B_1 è la proiezione sul piano α . del segmento AB ,



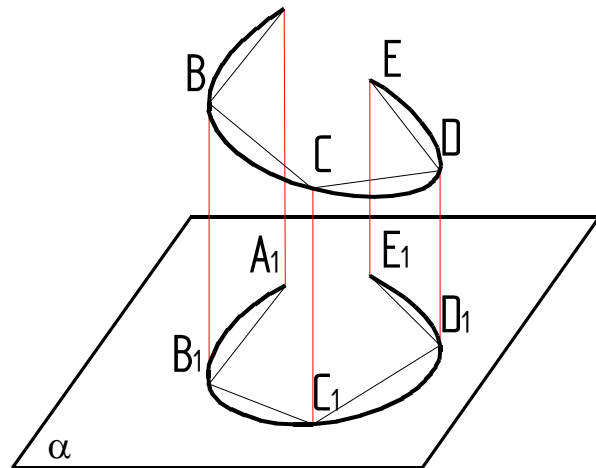
La lunghezza della proiezione in genere è inferiore a quella del segmento originale, tutto al più potrà avere lunghezza uguale quando il segmento risulta parallelo al piano.

In un modo analogo si ottiene la proiezione di una linea spezzata, si proiettano i vertici che poi si uniscono.

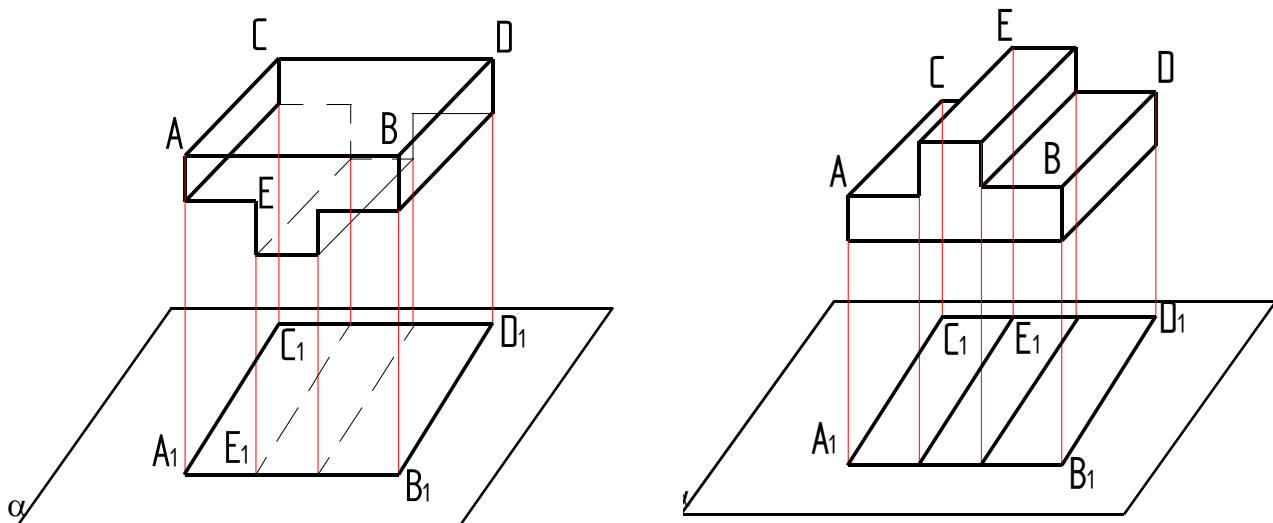


Per ottenere la proiezione di una curva (senza vertici)

1. si disegna una spezzata avente i vertici sulla curva,
2. si proietta la spezzata,
3. con un curvilinea si uniscono i punti che, se la spezzata è formata da un numero abbastanza alto di segmenti, rappresenta la proiezione della curva sul piano

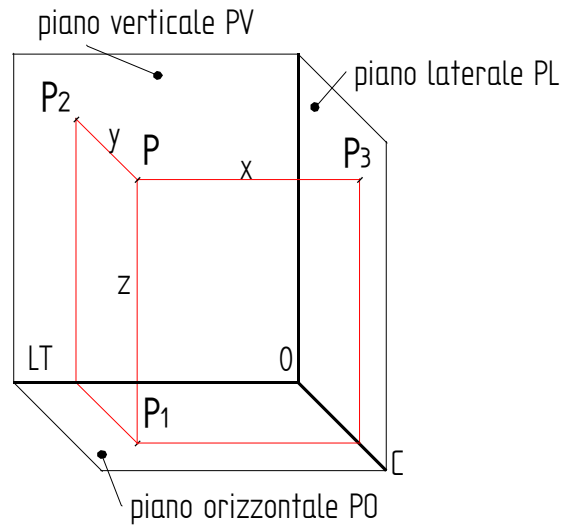


La proiezione sul piano α di un solido si ottiene applicando quanto scritto in precedenza, si proiettano tutti i vertici e gli spigoli di una faccia sia in vista che nascosta, per rappresentare una faccia nascosta si utilizzeranno delle linee tratteggiate.

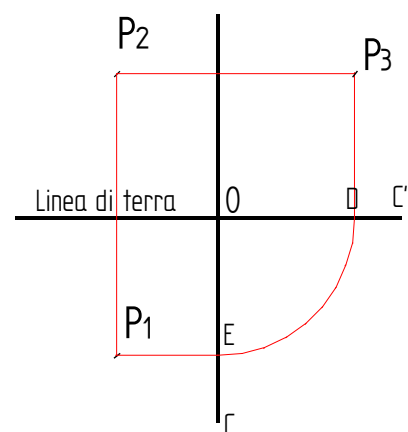
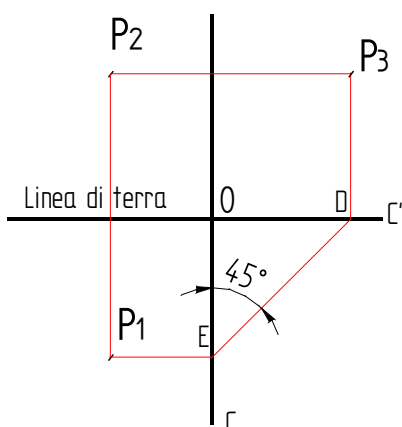


Proiezione di un punto

La rappresentazione del punto sarà fatta su tre piani (verticale, laterale ed orizzontale) formati un triedro rettangolo



Dopo avere effettuato la proiezione ed individuato i punti P₁, P₂, P₃, si deve immaginare di tagliare lo spigolo OC e di ribaltare di 90° sia il piano laterale che quello orizzontale.



Le proiezioni di pianta P₁ e di prospetto P₂ si troveranno allineate su un segmento perpendicolare al segmento OD che è detta linea di terra LT, le proiezioni P₂ e P₃ si troveranno invece su una linea parallela alla linea di terra.

Conoscendo la posizione di due delle tre proiezioni è possibile ricavare la terza.

Per ricavare la posizione di P_1 , ipotizzando di conoscere la posizione di P_2 e P_3 ,

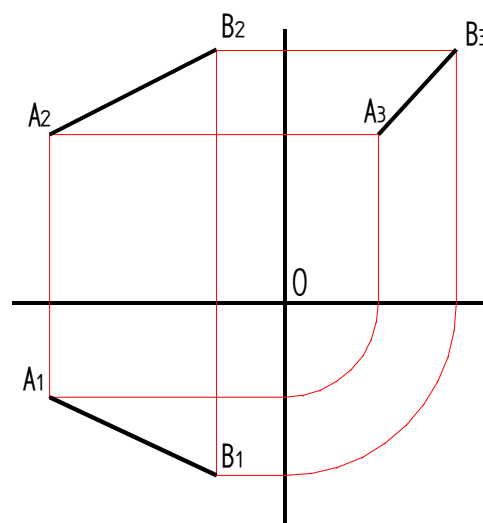
1. da P_3 si traccia una linea verticale che incontra la linea di terra in D
2. con centro in O e raggio OD si traccia un arco di cerchio che incontra la linea verticale in E ,
3. dal punto E si traccia una linea orizzontale mentre dal punto P_2 si traccia una linea verticale
4. La proiezione cercata P_1 è il punto di intersezione delle due linee

È possibile sostituire l'arco di cerchio con delle linee inclinate a 45° .

Le distanze x, y, z sono le coordinate cartesiane del punto, se esso si trova sul piano verticale avrà coordinata $y=0$ mentre se appartiene al piano orizzontale avrà coordinata $z=0$ infine se si ha $x=0$ il punto P si troverà sul piano laterale.

Proiezione di un segmento

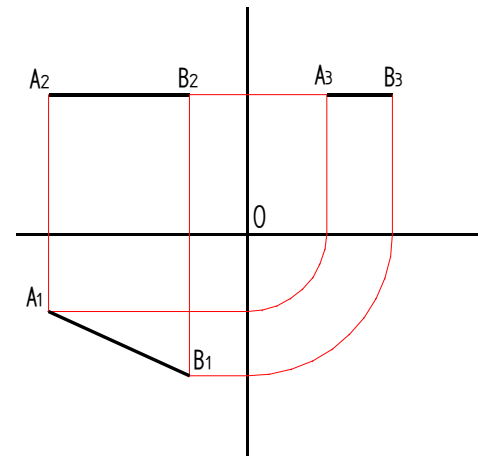
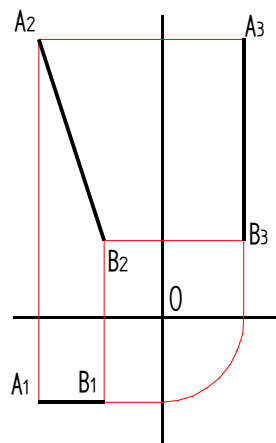
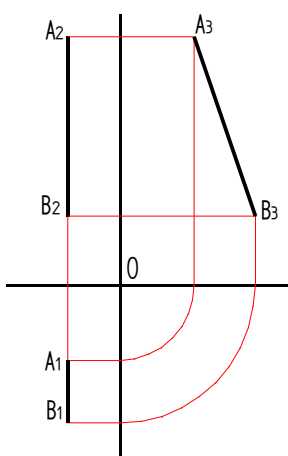
Per le proiezioni di un segmento vale ancora quanto detto in precedenza: si proiettano i vertici che poi sono uniti con dei segmenti



Esistono delle relazioni tra le varie proiezioni

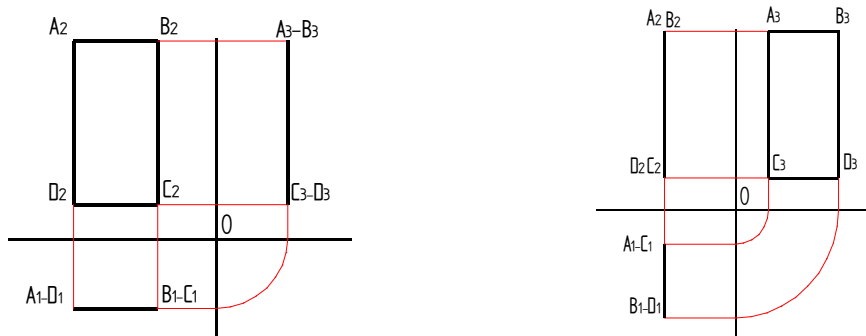
1. il prospetto e la pianta hanno la stessa larghezza, si trovano all'interno di una fascia perpendicolare alla linea di terra, le proiezioni di un punto si trovano su una linea perpendicolare alla linea di terra
2. il prospetto e la vista di fianco hanno la stessa altezza, si trovano all'interno di una fascia parallela alla linea di terra, le proiezioni del punto si troveranno su un segmento parallelo alla linea di terra
3. l'altezza della pianta è uguale alla base del fianco, si troveranno all'interno di una fascia che si costruisce con la costruzione definita in precedenza.

Casi particolari di proiezioni si hanno quando il segmento è parallelo ad uno dei piani.



Proiezione di una superficie

La proiezione di una figura piana si ottiene disegnando la proiezione del perimetro. Se la figura giace su un piano parallelo ad uno dei lati del triedro, la proiezione riportata su questo piano avrà forma e dimensioni uguali all'originale.

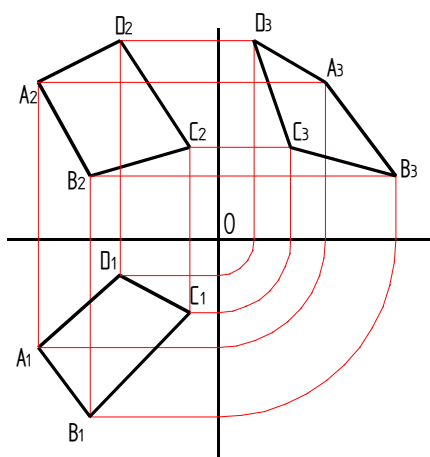


Resta sempre valida la regola che vuole che in ogni caso la prima proiezione da disegnare è quella sul piano ove la figura è riportata in grandezza reale.

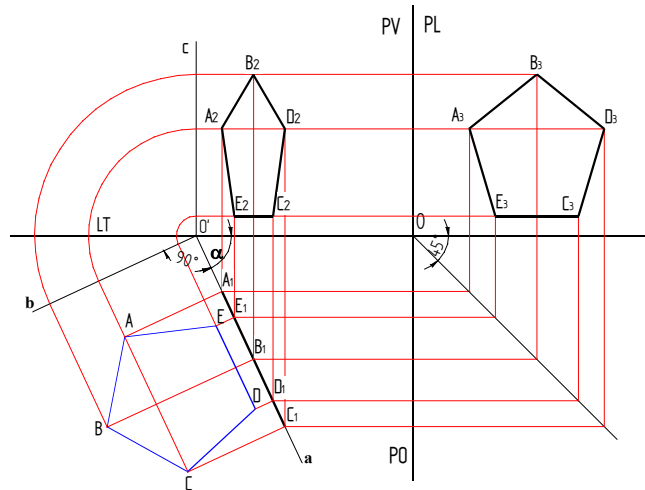
Nei disegni precedenti: nel primo il rettangolo è parallelo al piano frontale, mentre nel secondo è parallelo al piano laterale,

Il disegno che segue riporta un quadrilatero posizionato su un piano comunque disposto rispetto al triedro.

Si deve far rilevare come questo caso sia certamente poco frequente in quanto, dovendo disegnare le proiezioni ortogonali di una figura piana, si farà in modo che il piano su cui essa giace sia parallelo ad uno dei lati del triedro.

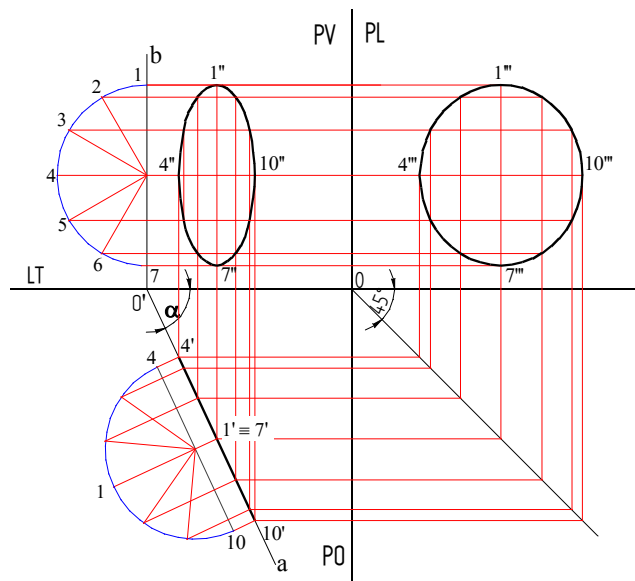


Un caso particolare si ha quando la figura giace su un piano inclinato rispetto a due piani ma perpendicolare al terzo.



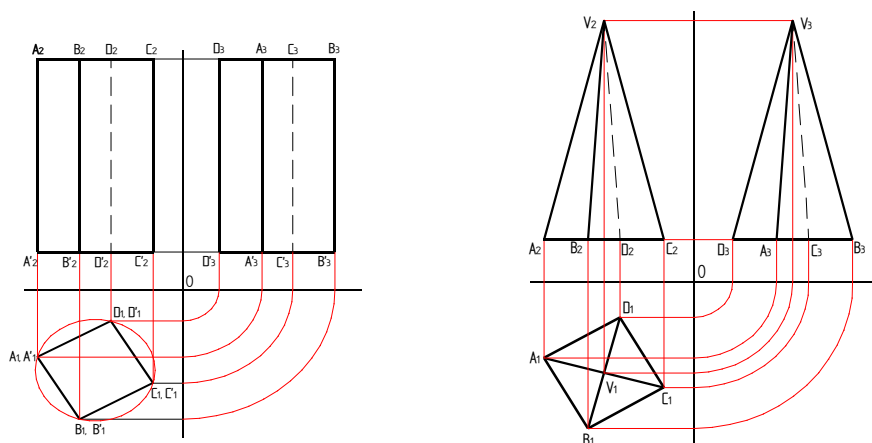
Per ottenere le proiezioni si ruota idealmente la figura di 90 gradi in modo tale che essa risulti parallela al piano (rispetto al quale essa è perpendicolare), si disegna su questo piano ribaltato la proiezione ortogonale che sarà presa come base per le proiezioni.

Proiezione di un cerchio giacente su un piano perpendicolare al piano orizzontale.



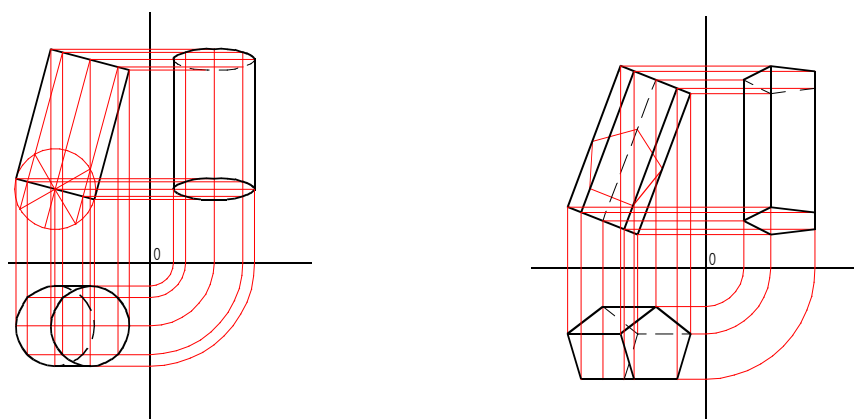
Proiezione di solidi

Per fare la proiezione di un solido si dovranno eseguire le proiezioni delle facce piane che lo compongono.



Se il solido ha una faccia parallela ad uno dei piani del triedro, come nel caso della piramide e del prisma a base quadrata (hanno la base parallela al piano orizzontale), il disegno partirà dall'esecuzione di questa faccia e si disegneranno in seguito tutte le altre.

Il disegno delle proiezioni del cilindro e del prisma a base pentagonale risulta un poco più laborioso.



I due solidi non hanno alcuna faccia parallela ad una dei due piani, l'asse di simmetria in entrambi i casi è parallelo al piano verticale e risulta inclinato rispetto agli altri due, l'altezza del solido su questo piano è quella reale.

Con un ribaltamento si disegna sul piano verticale la figura reale della base dei due solidi.

Utilizzando la figura reale della base si disegnano tutte e tre le proiezioni.

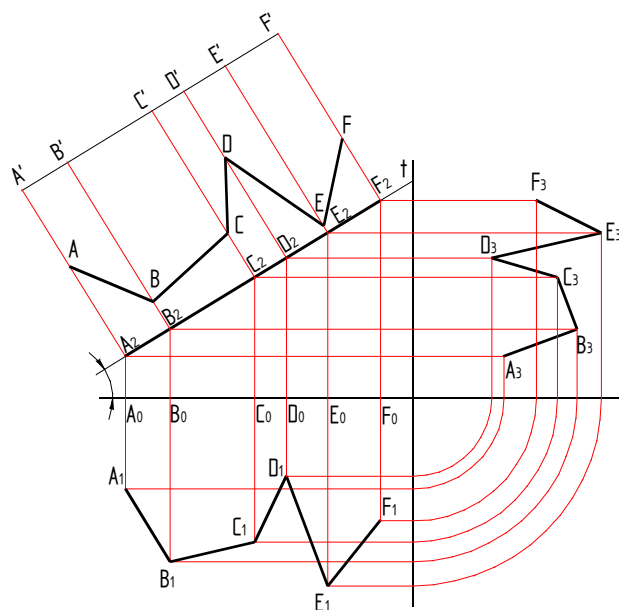
Determinazione della vera forma di una figura piana

In precedenza è stato fatto notare come la proiezione ortogonale di una figura piana risulta uguale solo quando essa è parallela al piano di proiezione, ma questo non è sempre vero, ci possono essere casi in cui nessuna delle tre proiezioni riproduce la vera figura dell'oggetto iniziale.

La determinazione della figura iniziale, conoscendo le tre proiezioni, risulta di notevole complessità, che si riduce se la figura appartiene ad un piano perpendicolare ad uno dei piani di proiezione.

Nel prosieguo si analizzano due ricerche di figure, una di una spezzata ed una della faccia di un solido

Determinazione della vera figura di una spezzata di cui si conoscono le tre proiezioni.



La proiezione appartiene ad un piano perpendicolare al piano frontale, infatti in questo piano tutti i punti appartengono ad un segmento di estremi A_2 e F_2 , la figura reale si ottiene ribaltando il piano della figura di 90° per farlo coincidere con quello frontale

1. Nel piano frontale si disegna dal punto A' una parallela alla retta t , derivante dall'intersezione del piano frontale con quello di figura,
2. Si congiunge A' con A_2 e sul segmento risultante si individua il punto A tale da avere la distanza $A'A$ uguale alla distanza tra A_0 ed A_1
3. Disegnato il segmento $B'B_2$ si individua il punto B in modo analogo con quanto fatto con il punto A e così via fino al punto F , il segmento che congiunge tutti i punti trovati è la vera forma della spezzata

Determinazione della vera forma della faccia superiore di un prisma obliquo conoscendo le tre proiezioni ortogonali

Il prisma è posizionato nel triedro in modo da avere le facce parallele ai tre piani, per cui alcune delle dimensioni che compaiono in questi piani sono uguali a quelle effettive, in particolare sono reali le dimensioni dei segmenti E_3D_3 , G_3C_3 , H_3A_3 nel piano laterale, sono reali anche le dimensioni A_2C_2 e C_2D_2 del piano frontale.

Si ribalta il piano di figura fino a farlo coincidere con il piano frontale.

Dal punto D_2 si traccia una perpendicolare al segmento A_2D_2 , scelto su di essa un punto D si individua il punto E in modo da avere $ED = E_3D_3$
 In modo analogo si individuano tutti gli altri punti ABC ecc.
 La figura cercata si ottiene congiungendo i punti trovati

