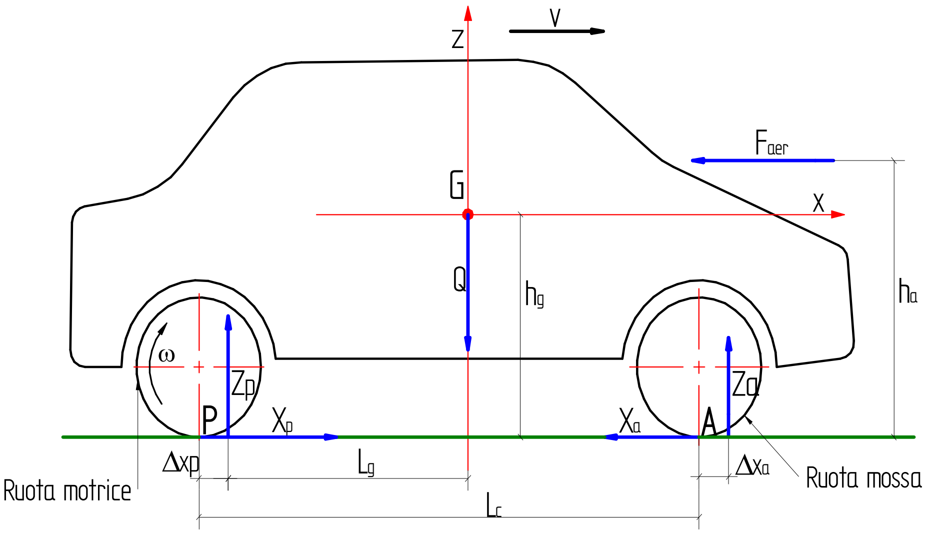
Esercizio 01

Un'auto, a trazione è posteriore, avente massa di 1200 kg, viaggia ad una velocità costante di 80 km/h. Si calcolino le forze e coppie agenti sull'auto e la potenza erogata dal motore.

Siano:

sezione maestra S=1,6 m^2, carreggiata L_c= 2,3 m, diametro ruote D_r =580 mm;

il baricentro è situato ad una altezza da terra hg = 700 mm e ad una distanza Lg= 1,30 m dal centro delle ruote posteriori, l'altezza del centro di pressione aerodinamico è h_a =800 mm.



Premessa:

Il calcolo sarà effettuato supponendo l'auto costituita da elementi rigidi e rigidamente collegati, per cui si trascurano gli spostamenti mutui del baricentro e delle forze.

L'auto sarà considerata simmetrica rispetto al piano longitudinale XZ per cui è lecito paragonarla ad un veicolo a due ruote contenute nel piano di simmetria, successivamente si ripartiranno le forze e le coppie trovate alle singole ruote

<u>Ipotesi soluzione</u>

Si considera:

coefficiente di resistenza aerodinamica $C_x = 0.44$, massa volumica aria $\rho = 1{,}2 \left[\frac{kg}{m^3}\right]$

Si ha:

$$v = 80 \left[\frac{km}{h}\right] = 22{,}22 \left[\frac{m}{s}\right]$$

La forza peso vale:

$$Q = m \cdot g = 1200 \cdot 9{,}81 = 11772[N] = 11{,}77[kN]$$

La forza aerodinamica é:

$$F_{aer} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot C_x = \frac{1}{2} \cdot 1{,}2 \cdot 22{,}22^2 \cdot 1{,}6 \cdot 0{,}44 = 208{,}55 \ [N]$$

il coefficiente di attrito di rotolamento lo si calcola con la relazione $f_r = f_0 + K \cdot v^2$

posto $f_0 = 0{,}018$ per un asfalto medio e $K = 6{,}5 \cdot 10^{-6} \ [s^2/m^2]$

si ha:

$$f_r = f_0 + K \cdot v^2 = 0{,}018 + 6{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 22{,}22^2 = 0{,}0212$$

Per il calcolo delle varie forze si utilizza l'equazione di D'Alembert.

$$\sum F = m \cdot \frac{dv}{dt} \qquad \sum M = J \cdot d\frac{\omega}{dt}$$

Ricordando che l'auto viaggia a velocità costante si ha:

$$\sum F_x = 0 \qquad \sum F_z = 0 \qquad \sum M_y = 0$$

Con riferimento alla figura iniziale si considera l'equilibrio dinamico alla rotazione calcolato rispetto al punto **A**, trascurando gli spostamenti Δx delle componenti Z rispetto al centro delle ruote si ha:

$$\sum M_y = 0 \quad \rightarrow \quad Z_p \cdot L_c - Q \cdot (L_c - L_g) - F_{aer} \cdot h_a = 0$$

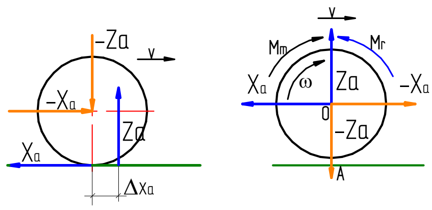
Si ricava Z_p

$$Z_p = \frac{Q \cdot (L_c - L_g) + F_{aer} \cdot h_a}{L_c} = \frac{11772 \cdot (2300 - 1300) + 208{,}55 \cdot 800}{2300} = 5190{,}80 [N]$$

dall'equilibrio delle forze verticali si ricava Z_a

$$\sum F_z = 0 \quad \rightarrow \quad Z_a = Q - Z_p = 11772 - 5190{,}80 = 6581{,}20 [N]$$

Per il calcolo delle forze orizzontali si parte da quelle agenti sulla ruota anteriore.



La ruota è folle per cui su di essa non è applicato alcun momento motore esterno, la sua rotazione e quindi generata dalla forza di attrito radente X_a.
La forza $-Z_a$ è la componente del peso dell'auto che agisce sulla ruota, $-X_a$ è la spinta che la ruota riceve dal telaio ed è dovuta all'azione del motore.
Il disassamento, rispetto alla verticale, della reazione Z_a produce un momento resistente che tende ad annullare la rotazione prodotta da X_a.
La ruota viaggia a velocità costante per cui i due momenti, trascurando i momenti frenanti dovuti all'attrito dei cuscinetti, sono uguali per cui, si ha:

$$\Delta_x \cdot Z_a = X_a \cdot R_r$$

Per il calcolo del momento dovuto al disassamento si utilizza il coefficiente di attrito volvente f_r calcolato in precedenza ottenendo

$$\Delta_x \cdot Z_a = f_r \cdot Z_a \cdot R_r$$

per cui si ottiene

$$X_a = f_r \cdot Z_a = 0{,}0212 \cdot 6581{,}20 = 139{,}53 \ [N]$$

Applicando l’equilibrio alla traslazione lungo x si ha

$$\sum F_x = 0 \qquad \rightarrow \qquad X_p - X_a + F_{aer} = 0$$

da cui

$$X_p = X_a + F_{aer} = 208{,}55 + 139{,}53 = 348{,}19 \ [N]$$

Questa è la forza fa muovere l’auto a velocità costante, la potenza sarà

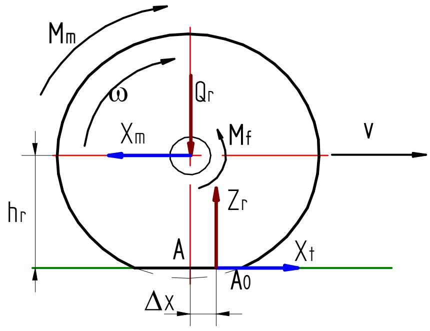
$$P_n = X_p \cdot v = 348{,}13 \cdot 22{,}22 = 7735{,}45 \ [W]$$

per ottenere la potenza ce il motore deve erogare è necessario tener conto delle predite di trasmissione, posto η_m=0,9 si ha

$$P_m = \frac{P_n}{\eta_t} = \frac{7735{,}45}{0{,}9} = 8594{,}94 \ [W]$$

Esercizio 02

Con riferimento all'esercizio 01 si calcolino le forze ed i momenti agenti su una ruota posteriore.



Ipotesi soluzione

Dai calcoli precedenti si conosce la forza totale che agisce sulla coppia di ruote posteriori

$$Z_p = 5190{,}80[N]$$

Ipotizzando che questa si divida in parti uguali si calcola il carico per ogni ruota

$$Q_r = \frac{Z_p}{2} = \frac{5190{,}80}{2} = 2595{,}10 \ \ [N]$$

La reazione del terreno sulla ruota sarà $Z_r = Q_r = 2595{,}10 \ \ [N]$

In modo analogo si ricava la forza X_t che il terreno esercita sulla singola ruota

$$X_t = \frac{X_p}{2} = \frac{348{,}19}{2} = 174{,}10 \ \ [N]$$

A causa del movimento la forza Z e la forza Q non sono allineate per cui si genera un momento resistente di rotolamento che vale

$$M_{rt} = \Delta x \cdot Z_r = f_r \cdot Z_r \cdot R_r = 0{,}0212 \cdot 2595{,}10 \cdot \frac{580}{2} = 15{,}95 \ \ [Nm]$$

Applicando il principio di D'Alembert al moto di rotazione della ruota si ha

$$M_m - M_{rt} - M_f - h_r \cdot X_r = J \cdot \frac{d\,\omega}{dt}$$

Trascurando il momento frenante generato dagli attriti presenti sul mozzo e tenendo conto che la ruota viaggia a velocità angolare costante per cui $\frac{d\,\omega}{dt} = 0$ si ha:

$$M_m = M_{rt} + h_r \cdot X_t = 15{,}95 + 0{,}9 \cdot \frac{580}{2 \cdot 1000} \cdot 174{,}10 = 61{,}40 \ \ [Nm]$$