

Simboli

h	entalpia massica	x	titolo (umidità assoluta)
p	pressione totale	p _a	pressione parziale aria
p _v	pressione parziale vapore	m _v	massa vapore
m _a	massa aria	\dot{m}_v	portata massica vapore
\dot{m}_a	portata massica aria		

Formulario

$$R_a = 287 \left[\frac{J}{kg_a \cdot K} \right] \quad R_v = 461,5 \left[\frac{J}{kg_v \cdot K} \right] \quad c_{pa} = 1,006 \left[\frac{kJ}{kg_v \cdot K} \right] \quad c_{pv} = 1,875 \left[\frac{kJ}{kg_v \cdot K} \right]$$

$$p = 1,013 \cdot 10^5 \quad [Pa] \quad p_v = \varphi \cdot p_{vs} \quad p = p_a + p_v$$

$$v = \frac{R_a \cdot T}{p_a} \quad x = \frac{m_v}{m_a} \quad \varphi = \frac{m_v}{m_{vs}} = \frac{p_v}{p_{vs}} \quad x = 0,622 \cdot \frac{\varphi p_{vs}}{p - \varphi p_{vs}}$$

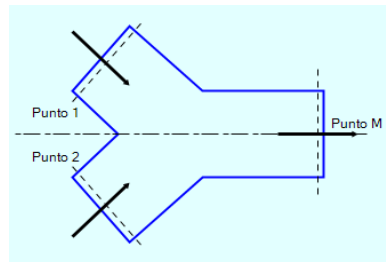
$$H_a = m_a \cdot c_{pa} \cdot T \quad H_v = m_v \cdot c_{pv} \cdot T \quad H = H_a + H_v$$

$$h = 1,006 \cdot t + x \cdot (2500 + 1,875 \cdot t)$$

Esercizio svolti

- Mescolamento adiabatico di due correnti d'aria umida
- Riscaldamento ÷ Raffreddamento a titolo costante

Miscelamento adiabatico di due correnti d'aria umida



Relazioni relative al miscelamento adiabatico

$$\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{aM}$$

$$\dot{m}_{v1} + \dot{m}_{v2} = \dot{m}_{vM}$$

$$\dot{m}_{a1} \cdot x_1 + \dot{m}_{a2} \cdot x_2 = \dot{m}_{aM} \cdot x_M$$

$$\dot{m}_{a1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2} \cdot h_2 = \dot{m}_{aM} \cdot h_M$$

$$\frac{h_2 - h_M}{h_M - h_1} = \frac{x_2 - x_M}{x_M - x_1} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}}$$

$$\dot{m}_{a1p} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{aM}}$$

$$\dot{m}_{a2p} = \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{aM}}$$

$$\dot{m}_{a1p} + \dot{m}_{a2p} = 1$$

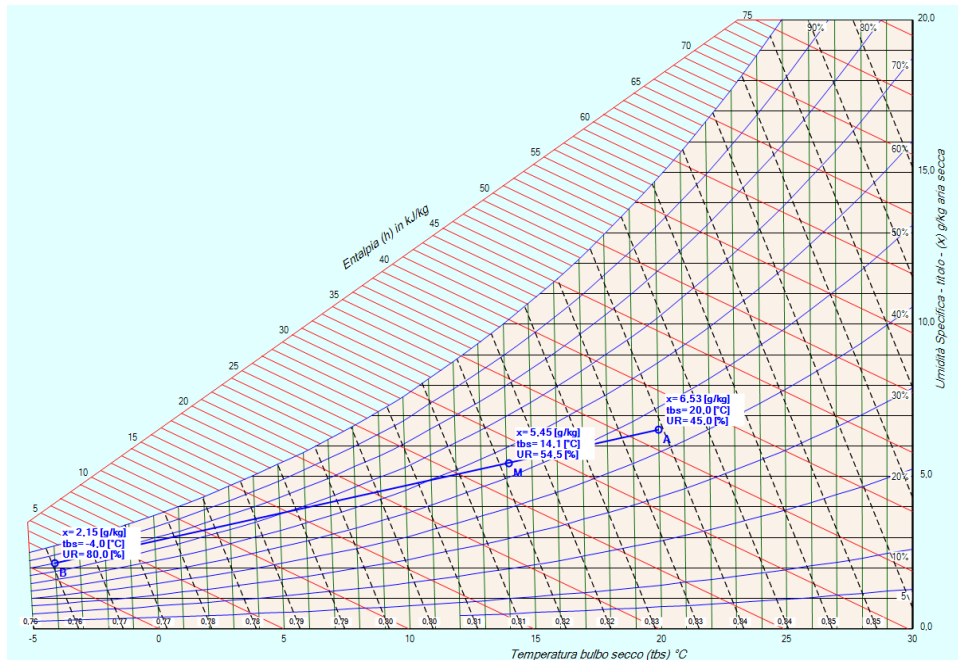
$$h_M = \dot{m}_{a1p} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2$$

$$x_M = \dot{m}_{a1p} \cdot x_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot x_2$$

Esempio n. 01.01

Determinare le condizioni dell'aria nella sezione M sapendo che nel punto 1 entra una portata di 5000 m³/h alla temperatura di 20°C e con un grado di umidità pari al 45% mentre nel punto 2 entra una portata di 1500 m³/h alla temperatura di -4°C e con un grado di umidità pari all'80%. Quota 0 m slm

L'immagine riporta la soluzione grafica fornita dal programma



Risoluzione analitica.

Si pone che la pressione totale sia: $p = 1,013 \cdot 10^5$ [P]

Calcolo dati Punto 1

Dalle tabelle del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 20°C $p_{vs1} = 2339,83$ [Pa] indicata con φ_1 l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{vs1}}{p - \varphi_1 p_{vs1}} = 0,622 \cdot \frac{0,45 \cdot 2339,83}{1,013 \cdot 10^5 - 0,45 \cdot 2339,83} = 0,00653 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 6,53 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_1 = 1,006 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_1) = 1,006 \cdot 20 + 0,0053 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 20) = 36,69 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

La pressione parziale dell'aria è:

$$p_{a1} = p - p_{v1} = p - \varphi_1 \cdot p_{vs1} = 1,013 \cdot 10^5 - 0,45 \cdot 2339,83 = 100247,08 \quad [Pa]$$

dalla relazione sui gas ideali, applicata all'aria, si ricava il volume specifico

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_{a1}} = \frac{287 \cdot 293,15}{100247,08} = 0,84 \quad \left[\frac{m^3}{kg} \right] \quad \text{dove} \quad T_1 = 273,15 + t_1 = 273,15 + 20 = 293,15 \quad [K]$$

la portata volumetrica del punto 1 è data dalla traccia e vale

$$\dot{V}_{a1} = 5000 \quad \left[\frac{m^3}{h} \right] = \frac{5000}{3600} \quad \left[\frac{m^3}{s} \right] = 1,389 \quad \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

La portata massica sarà: $\dot{m}_{a1} = \frac{\dot{V}_{a1}}{v_{a1}} = \frac{1,389}{0,84} = 1,653 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$

Calcolo dati Punto 2

Dalle tabelle sul vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a $-4^\circ C$ vale: $p_{vs1} = 437,075$ [Pa] indicata con φ_2 l'umidità relativa, si calcola il titolo del punto 2

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_2 p_{vs2}}{p - \varphi_2 p_{vs2}} = 0,622 \cdot \frac{0,80 \cdot 437,075}{1,013 \cdot 10^5 - 0,80 \cdot 437,075} = 0,00215 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 2,15 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_2 = 1,006 \cdot t_2 + x_2 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_2) = 1,006 \cdot (-4) + 0,00215 \cdot (2500 + 1,875 \cdot (-4)) = 1,34 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

La pressione dell'aria parziale è:

$$p_{a2} = p - p_{v2} = p - \varphi_2 \cdot p_{vs2} = 1,013 \cdot 10^5 - 0,80 \cdot 437,075 = 349,66 \quad [Pa]$$

dalla relazione sui gasi ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_2 = \frac{R_a \cdot T_2}{p_{a2}} = \frac{287 \cdot 269,15}{100950,34} = 0,765 \quad \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

la portata volumetrica del punto 1 è data dalla traccia e vale:

$$\dot{V}_{a1} = 1500 \quad \left[\frac{m^3}{h} \right] = \frac{1500}{3600} \quad \left[\frac{m^3}{s} \right] = 0,417 \quad \left[\frac{m^3}{s} \right]$$

La portata massica sarà: $\dot{m}_{a1} = \frac{\dot{V}_{a1}}{v_{a1}} = \frac{0,4167}{0,765} = 0,545 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$

Per il punto M si avrà:

La portata $\dot{m}_{aM} = \dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = 1,653 + 0,545 = 2,198 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$

il titolo $x_M = \frac{x_1 \cdot \dot{m}_{a1} + x_2 \cdot \dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{aM}} = \frac{6,53 \cdot 1,653 + 2,15 \cdot 0,545}{2,198} = 5,44 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$

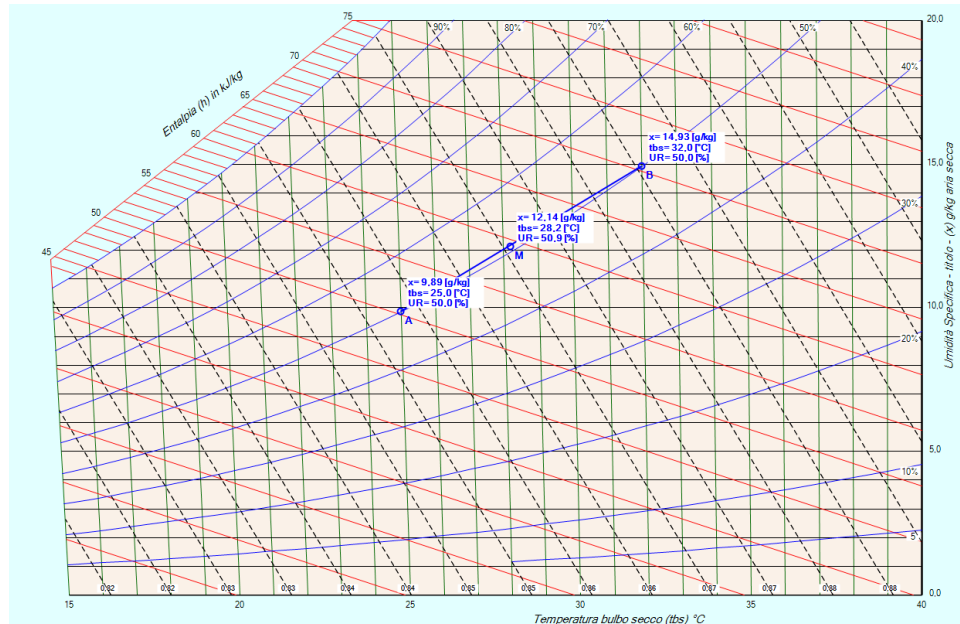
l'entalpia $h_M = \frac{h_1 \cdot \dot{m}_{a1} + h_2 \cdot \dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{aM}} = \frac{36,69 \cdot 1,653 + 1,34 \cdot 0,545}{2,198} = 17,78 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$

infine si ricava la temperatura $t_M = \frac{h_M - x_M \cdot 2500}{1,006 + x_M \cdot 1,875} = \frac{27,93 - 0,00545 \cdot 2500}{1,006 + 0,00545 \cdot 1,875} = 14,08 \quad [^\circ C]$

Esempio n. 01.02

Nel punto 1 la temperatura è di 25°C ed il grado di umidità è del 50%, nel punto 2 la temperatura vale 32 °C ed il grado di umidità è pari al 50%. La portata del punto M sia 3500 l/s con una temperatura di 28,2 °C. Determinare le condizioni dell'aria nella sezione M e le portate nel punto 1 e 2.

L'immagine riporta la soluzione grafica fornita dal programma



Risoluzione analitica.

Si pone la pressione totale sia: $p = 1,013 \cdot 10^5$ [Pa]

Calcolo Punto 1

Dalla tabella del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 25 [°C] $p_{vs1} = 3173,458$ [Pa] indicata con φ_1 l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{vs1}}{p - \varphi_1 p_{vs1}} = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 3173,458}{1,013 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 3173,458} = 0,009898 \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right] = 9,898 \quad \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_1 = 1,006 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_1) = 1,006 \cdot 25 + 0,009898 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 25) = 50,36 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

la pressione parziale dell'aria è:

$$p_{a1} = p - p_{v1} = p - \varphi_1 \cdot p_{vs1} = 1,013 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 3173,458 = 99713,27 \quad [\text{Pa}]$$

dalla relazione sui gas ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_{a1}} = \frac{287 \cdot 298,15}{99713,27} = 0,86 \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

Calcolo Punto 2

Dalla tabella sul vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 32 °C vale: $p_{vs2} = 4754,332$ [Pa] indicata con φ_2 l'umidità relativa, si calcola il titolo del punto 2

$$x_2 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_2 p_{vs2}}{p - \varphi_2 p_{vs2}} = 0,622 \cdot \frac{0,50 \cdot 4754,332}{1,013 \cdot 10^5 - 0,50 \cdot 4754,332} = 0,014947 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 14,95 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_2 = 1,006 \cdot t_2 + x_2 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_2) = 1,006 \cdot 32 + 0,017947 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 32) = 70,46 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

La pressione dell'aria parziale è:

$$p_{a2} = p - p_{v2} = p - \varphi_2 \cdot p_{vs2} = 1,013 \cdot 10^5 - 0,50 \cdot 4754,332 = 98922,83 \quad [Pa]$$

dalla relazione sui gasi ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_2 = \frac{R_a \cdot T_2}{p_{a2}} = \frac{287 \cdot 305,15}{98922,83} = 0,89 \quad \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Calcolo punto M

Dalle tabelle sul vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 28,2 °C vale: $p_{vsM} = 3824$ [Pa].

Dalla relazioni tra le portate $\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2} = \dot{m}_{aM}$

si ha: $\frac{\dot{m}_{a1} + \dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{aM}} = 1$ da cui $\frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{aM}} + \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{aM}} = 1$, posto $\dot{m}_{a1p} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{aM}}$ e $\dot{m}_{a2p} = \frac{\dot{m}_{a2}}{\dot{m}_{aM}}$ si ha

$$\dot{m}_{a1p} + \dot{m}_{a2p} = 1 \quad \text{ed infine} \quad \dot{m}_{a1p} = 1 - \dot{m}_{a2p} \quad .$$

La relazione $h_M = \frac{\dot{m}_{a1} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2} \cdot h_2}{\dot{m}_{aM}}$ diventa $h_M = \dot{m}_{a1p} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2$

e con opportuni passaggi matematici

$$h_M = (1 - \dot{m}_{a2p}) \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2 \quad h_M = h_1 - \dot{m}_{a2p} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2$$

si ottiene:

$$h_M = h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (h_2 - h_1)$$

analogamente per il titolo:

$$x_M = x_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (x_2 - x_1)$$

Dalla relazione $h_M = 1,006 \cdot t_M + x_M \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M)$

con le opportune sostituzioni si ottiene

$$h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (h_2 - h_1) = 1,006 \cdot t_M + (x_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (x_2 - x_1)) \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M)$$

che con opportuni passaggi matematici

$$h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (h_2 - h_1) = 1,006 \cdot t_M + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M) + \dot{m}_{a2p} \cdot (x_2 - x_1) \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M)$$

$$\dot{m}_{a2p} \cdot (h_2 - h_1) - \dot{m}_{a2p} \cdot (x_2 - x_1) \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M) = 1,006 \cdot t_M + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M) - h_1$$

permette di ricavare la portata del punto 2 (come percentuale rispetto alla totale)

$$\dot{m}_{a2p} = \frac{1,006 \cdot t_M + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M) - h_1}{(h_2 - h_1) - (x_2 - x_1) \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M)}$$

sostituendo i valori si ha:

$$\dot{m}_{a2p} = \frac{1,006 \cdot 28,2 + 0,009898 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 28,2) - 50,36}{(70,46 - 50,36) - (0,014947 - 0,009898) \cdot (2500 + 1,875 \cdot 28,2)} = 0,46$$

Per cui l'entalpia ed il titolo saranno

$$h_M = h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (h_2 - h_1) = 50,36 + 0,46 \cdot (70,46 - 50,36) = 59,61 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

$$x_M = x_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot (x_2 - x_1) = 0,009898 + 0,46 \cdot (0,014947 - 0,009898) = 0,0122 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 12,22 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$$

Dal titolo si ricava la pressione l'umidità relativa e la parziale dell'acqua

$$x = 0,622 \cdot \frac{\varphi p_{vs}}{p - \varphi p_{vs}} \quad \varphi = \frac{x_M \cdot p}{p_{vsM} \cdot (x_M + 0,622)} = \frac{0,0122 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{3824 \cdot (0,0122 + 0,622)} = 0,51$$

$$p_{vM} = \varphi p_{vs} = 0,51 \cdot 3824 = 1948,7 \quad [Pa]$$

e dell'aria

$$p_{aM} = p - p_{vM} = 1,013 \cdot 10^5 - 1948,7 = 99351,3 \quad [Pa]$$

Il volume specifico dell'aria sarà:

$$v_M = \frac{R_a \cdot T_M}{p_{aM}} = \frac{287 \cdot 301,35}{99351,3} = 0,87 \quad \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Dalla portata volumetrica $\dot{V}_{aM} = 3500 \quad \left[\frac{l}{s} \right] = 3,5 \quad \left[\frac{m^3}{s} \right]$

si ricava la portata massica totale $\dot{m}_{aM} = \frac{\dot{V}_{aM}}{v_{aM}} = \frac{3,5}{0,87} = 4,02 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$

e quelle dei punti 1 e 2

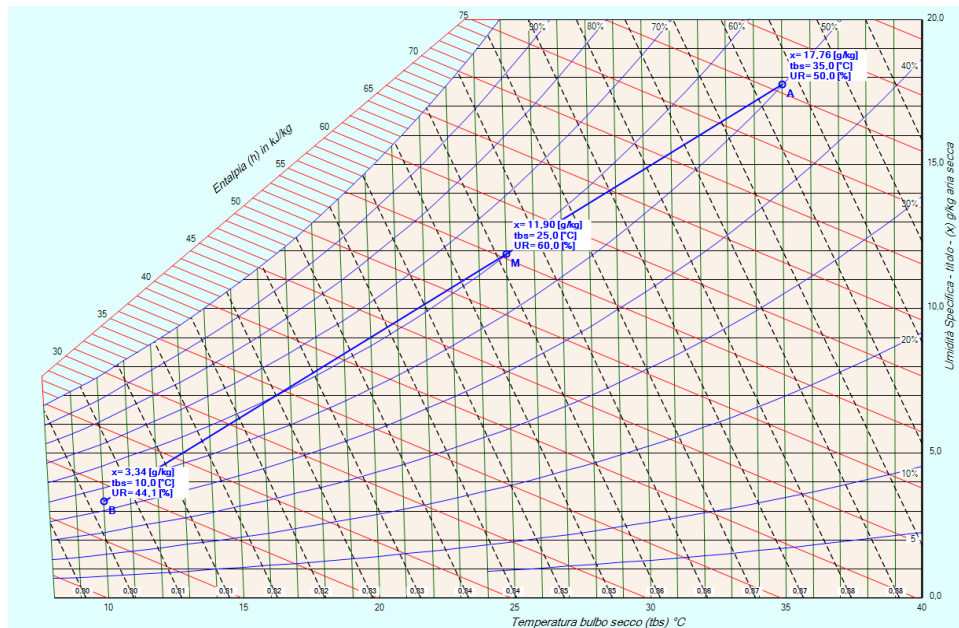
$$\dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a2p} \cdot \dot{m}_{aM} = 0,46 \cdot 4,02 = 1,85 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\dot{m}_{a1} = (1 - \dot{m}_{a2p}) \cdot \dot{m}_{aM} = (1 - 0,46) \cdot 4,02 = 2,17 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$$

Esempio n. 01.03

Determinare le condizioni dell'aria nella sezione 2 e le portate dei punti 1 e 2, sapendo che nel punto 1 entra aria temperatura di 35°C e con un grado di umidità pari al 50%, la temperatura del punto 2 è pari a 10°C e la miscela esce ad una temperatura di 25 °C, con un grado di umidità pari al 60%. La portata del punto M sia di 400 l/s . Quota 0 m slm

L'immagine riporta la soluzione grafica fornita dal programma



Risoluzione analitica.

Si pone la pressione totale sia: $p = 1,013 \cdot 10^5$ [Pa]

Calcolo Punto 1

Dalla tabella del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 35 [°C] $p_{vs1} = 5630,14$ [Pa] indicata con φ_1 l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{vs1}}{p - \varphi_1 p_{vs1}} = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 5630,14}{1,013 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 5630,14} = 0,01778 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 17,78 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_1 = 1,006 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_1) = 1,006 \cdot 35 + 0,01778 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 35) = 80,83 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

la pressione parziale dell'aria è:

$$p_{a1} = p - p_{v1} = p - \varphi_1 \cdot p_{vs1} = 1,013 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 5630,14 = 98484,93 \quad [Pa]$$

dalla relazione sui gas ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_{a1}} = \frac{287 \cdot 308,15}{98484,93} = 0,898 \quad \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Calcolo Punto M

Dalla tabella del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 25 [°C] $p_{vsM} = 3173,46$ [Pa] indicata con φ_M l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_M = 0,622 \cdot \frac{\varphi_M p_{vsM}}{p - \varphi_M p_{vsM}} = 0,622 \cdot \frac{0,6 \cdot 3173,46}{1,013 \cdot 10^5 - 0,6 \cdot 3173,46} = 0,01192 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 11,92 \quad \left[\frac{g}{g} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_M = 1,006 \cdot t_M + x_M \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_M) = 1,006 \cdot 25 + 0,01192 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 25) = 55,50 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

Calcolo Punto 2

Si considera la relazione sull'entalpia definita in precedenza

$$h_M = \dot{m}_{a1p} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2$$

con opportuni passaggi si ottiene

$$1 = \dot{m}_{a1p} + \dot{m}_{a2p} \quad \dot{m}_{a1p} = 1 - \dot{m}_{a2p}$$

$$h_M = (1 - \dot{m}_{a2p}) \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2 \quad h_M = h_1 - \dot{m}_{a2p} \cdot h_1 + \dot{m}_{a2p} \cdot h_2$$

$$h_2 = h_1 + \frac{h_M - h_1}{\dot{m}_{a2p}}$$

in modo analogo si ha:

$$x_2 = x_1 + \frac{x_M - x_1}{\dot{m}_{a2p}}$$

ponendo $k_1 = 1,006 \cdot t_2$ e $k_2 = (2500 + 1,875 \cdot t_2)$

si ha
$$h_2 = k_1 + x_2 k_2$$

imponendo l'uguaglianza delle due relazioni si scrive

$$k_1 + \left(x_1 + \frac{x_M - x_1}{\dot{m}_{a2p}} \right) \cdot k_2 = h_1 + \frac{h_M - h_1}{\dot{m}_{a2p}}$$

con opportuni passaggi si ottiene

$$k_1 + x_1 \cdot k_2 + \frac{x_M - x_1}{\dot{m}_{a2p}} \cdot k_2 = h_1 + \frac{h_M - h_1}{\dot{m}_{a2p}} \quad \frac{h_M - h_1}{\dot{m}_{a2p}} - \frac{x_M - x_1}{\dot{m}_{a2p}} \cdot k_2 = k_1 + x_1 \cdot k_2 - h_1$$

$$\dot{m}_{a2p} = \frac{(h_m - h_1) - (x_m - x_1) \cdot k_2}{k_1 + x_1 \cdot k_2 - h_1}$$

sostituendo i valori trovati in precedenza si ricava la portata

$$\dot{m}_{a2p} = \frac{(55,50 - 80,83) - (0,01192 - 0,01778) \cdot (2500 + 1,875 \cdot 10)}{1,006 \cdot 10 + 0,01778 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 10) - 80,83} = 0,407$$

per cui

$$x_2 = x_1 + \frac{x_m - x_1}{\dot{m}_{a2p}} = 0,01778 + \frac{0,01192 - 0,01778}{0,407} = 0,00338 \quad \left[\frac{kg}{kg} \right] = 3,38 \quad \left[\frac{g}{kg} \right]$$

$$h_2 = h_1 + \frac{h_m - h_1}{\dot{m}_{a2p}} = 80,83 + \frac{55,50 - 80,83}{0,407} = 18,11 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

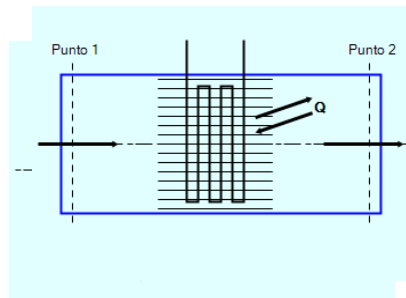
Dalla portata volumetrica $\dot{V}_{aM} = 400 \quad \left[\frac{l}{s} \right] = 0,4 \quad \left[\frac{m^3}{s} \right]$

si ricava la portata massica totale $\dot{m}_{aM} = \frac{\dot{V}_{aM}}{v_{aM}} = \frac{0,4}{0,90} = 0,44 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$

e quelle dei punti 1 e 2

$$\dot{m}_{a2} = \dot{m}_{a2p} \cdot \dot{m}_{aM} = 0,44 \cdot 0,407 = 0,18 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$$

$$\dot{m}_{a1} = (1 - \dot{m}_{a2p}) \cdot \dot{m}_{aM} = (1 - 0,407) \cdot 0,44 = 0,27 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$$

Riscaldamento ÷ Raffreddamento a titolo costante

Relazioni relative Riscaldamento – Raffreddamento a titolo costante.

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1)$$

$$\dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a$$

$$\dot{m}_{v1} = \dot{m}_{v2} = \dot{m}_v$$

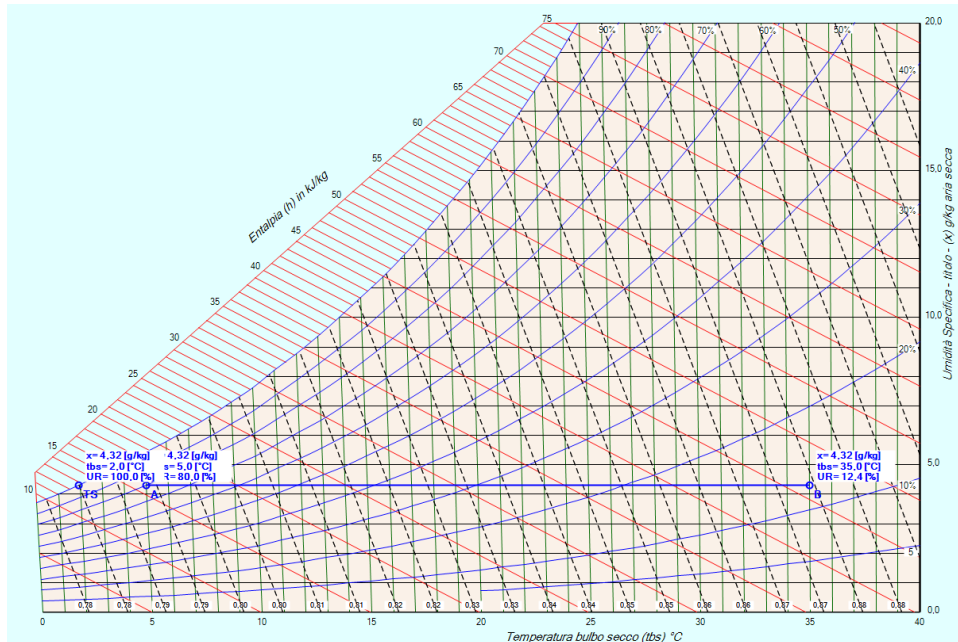
$$\dot{m}_{a1} \cdot x_1 = \dot{m}_{a2} \cdot x_2 = \dot{m}_a \cdot x$$

$$x_1 = x_2 = x$$

Esempio n. 02.01

Determinare le potenza da fornire per riscaldare una portata di $4000 \text{ m}^3/\text{h}$ di aria alla temperatura di 5°C ed umidità relativa dell'80 % fino alla temperatura di 35°C . Quota 0 m slm

L'immagine riporta la soluzione grafica fornita dal programma

Calcolo Punto 1

Dalla tabella del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 5°C $p_{vs1} = 873,670 \text{ [Pa]}$ indicata con φ_1 l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{vs1}}{p - \varphi_1 p_{vs1}} = 0,622 \cdot \frac{0,8 \cdot 873,670}{1,013 \cdot 10^5 - 0,8 \cdot 873,670} = 0,00432 \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right] = 4,321 \quad \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_1 = 1,006 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_1) = 1,006 \cdot 5 + 0,00432 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 5) = 15,87 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

dalla relazione sui gas ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_{a1}} = \frac{287 \cdot (273,15 + 5)}{1,013 \cdot 10^5 - 0,8 \cdot 873,670} = 0,793 \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

Dalla portata volumetrica $\dot{V}_{aM} = 4000 \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{h}} \right] = \frac{4000}{3600} = 1,11 \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right]$

si ricava la portata massica totale $\dot{m}_{aM} = \frac{\dot{V}_{aM}}{v_{aM}} = \frac{1,11}{0,793} = 1,40 \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]$

nel punto 2 si avrà lo stesso titolo del punto 1 e la medesima portata massica (del punto 1).

$$x_2 = x_1 = 0,00432 \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg}} \right] = 4,321 \quad \left[\frac{\text{g}}{\text{kg}} \right]$$

la pressione di saturazione vale : $p_{vs2} = 5630,141$ [Pa]

Dal titolo si ricava la umidità relativa del punto 2.

$$\varphi_2 = \frac{x_2 \cdot p}{p_{vs2} \cdot (x_2 + 0,622)} = \frac{0,00432 \cdot 1.013 \cdot 10^5}{5630,141 \cdot (0,00432 + 0,622)} = 12,41\%$$

e

$$h_2 = 1,006 \cdot t_2 + x_2 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_2) = 1,006 \cdot 35 + 0,00432 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 35) = 46,29 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

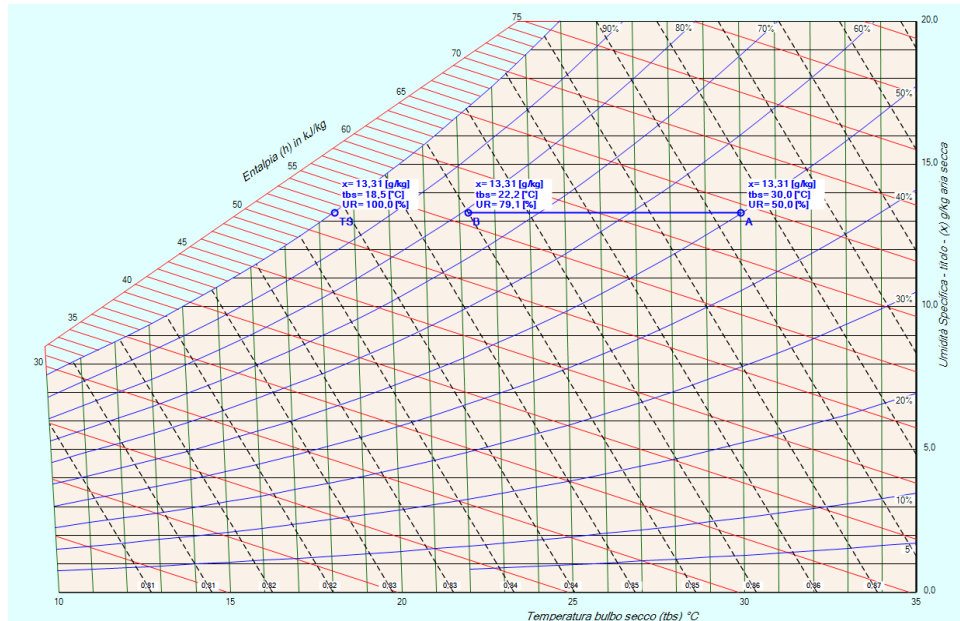
la potenza scambiata (pre il riscaldamento dell'aria sarà:

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1) = 1,40 \cdot (46,29 - 15,87) = 42,57 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{s}} \right]$$

Esempio n. 02.02

Nel punto 1 passa una portata d'aria di 9000 kg/h alla temperatura di 30 °C e con una umidità relativa del 50%. Nel passaggio al punto 2 viene raffreddata e perde una potenza pari a 20 kW. Si chiede di conoscere lo stato dell'aria nel punto 2. Quota 0 m slm

L'immagine riporta la soluzione grafica fornita dal programma

Calcolo Punto 1

Dalla tabella del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a 30 [°C] vale $p_{vs1} = 4248,293$ [Pa]. Indicata con φ_1 l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{vs1}}{p - \varphi_1 p_{vs1}} = 0,622 \cdot \frac{0,5 \cdot 4248,293}{1,013 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 4248,293} = 0,01332 \quad \left[\frac{kg_v}{kg_a} \right] = 13,32 \quad \left[\frac{g_v}{kg_a} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_1 = 1,006 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_1) = 1,006 \cdot 30 + 0,013321 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 30) = 64,23 \quad \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

dalla relazione sui gas ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_{a1}} = \frac{287 \cdot (273,15 + 30)}{1,013 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 4248,293} = 0,8772 \quad \left[\frac{m^3}{kg} \right]$$

Dalla portata massica si ha $\dot{m}_{a1} = 9000 \quad \left[\frac{kg^3}{h} \right] = \frac{9000}{3600} = 2,5 \quad \left[\frac{kg}{s} \right]$

dalla relazione

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1) \quad \text{si ottiene} \quad h_2 - h_1 = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_a} = -\frac{20}{2,5} = -8 \quad [kJ]$$

per cui

$$h_2 = h_1 + \Delta h = 64,23 - 8 = 56,23 \quad [kJ]$$

dalla relazione della entalpia $h = 1,006 \cdot t + x \cdot (2500 + 1,875 \cdot t)$ si ottiene

$$t_2 = \frac{h_2 - 2500 \cdot x_2}{1,006 + 1,875 \cdot x_2} = \frac{56,23 - 2500 \cdot 0,01332}{1,006 + 1,875 \cdot 0,01332} = 22,24 [^{\circ}C]$$

a questa temperatura la pressione di saturazione vale 2682,43 [Pa]

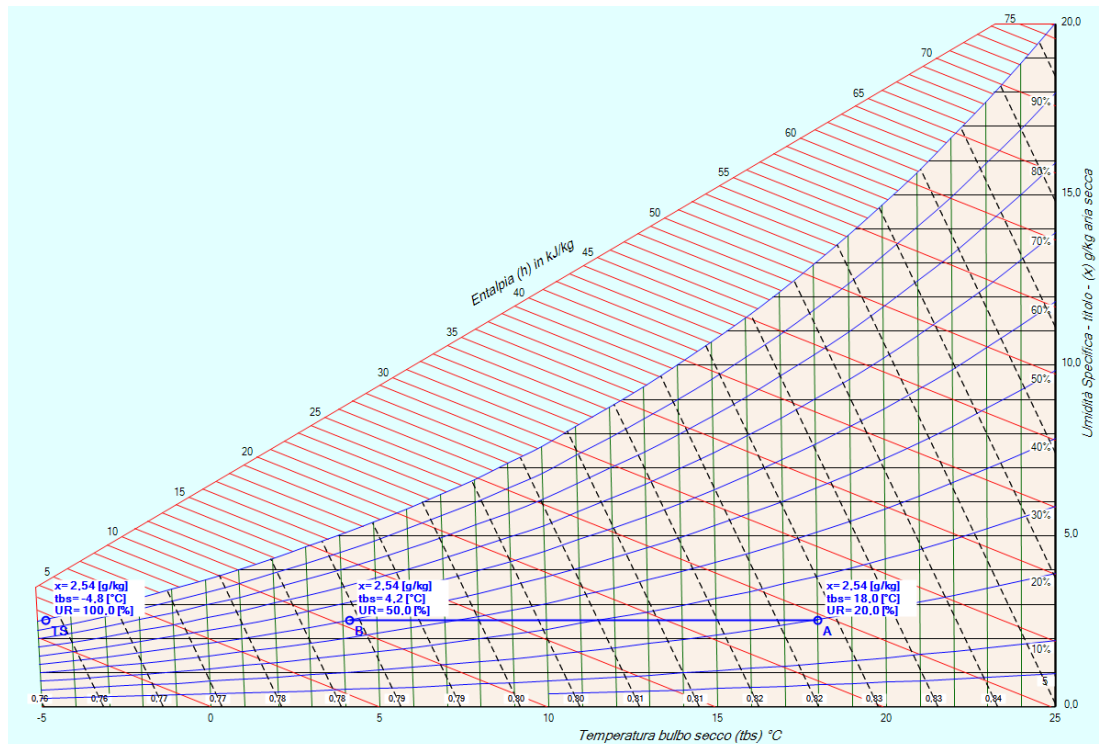
è possibile calcolare l'umidità relativa

$$\varphi_2 = \frac{x_2 \cdot p}{p_{vs2} \cdot (x_2 + 0,622)} = \frac{0,001332 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{2682,43 \cdot (0,01332 + 0,622)} = 0,791 = 79,1\% .$$

Esempio n. 02.03

Nel punto 1 passa una portata d'aria di $10000 \text{ m}^3/\text{h}$ alla temperatura di $18 \text{ }^\circ\text{C}$ e con una umidità relativa del 20%. Nel passaggio al punto 2 la sua umidità passa al 50%, con una potenza scambiata di 15 kW . Si chiede di conoscere lo stato dell'aria nel punto 2 e la portata. Quota 0 m slm

L'immagine riporta la soluzione grafica fornita dal programma



Dalla tabella del vapor saturo si ricava la pressione di saturazione che a $18 \text{ }^\circ\text{C}$ vale $p_{vs1} = 2062,729 \text{ [Pa]}$. Indicata con φ_1 l'umidità relativa, si calcola il titolo

$$x_1 = 0,622 \cdot \frac{\varphi_1 p_{vs1}}{p - \varphi_1 p_{vs1}} = 0,622 \cdot \frac{0,2 \cdot 2062,729}{1,013 \cdot 10^5 - 0,2 \cdot 2062,729} = 0,002543 \quad \left[\frac{\text{kg}_v}{\text{kg}_a} \right] = 2,54 \quad \left[\frac{\text{g}_v}{\text{kg}_a} \right]$$

l'entalpia vale:

$$h_1 = 1,006 \cdot t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_1) = 1,006 \cdot 18 + 0,002543 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 18) = 24,54 \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

dalla relazione sui gas ideali applicata all'aria si ricava il volume specifico

$$v_1 = \frac{R_a \cdot T_1}{p_{a1}} = \frac{287 \cdot (273,15 + 18)}{1,013 \cdot 10^5 - 0,2 \cdot 2062,729} = 0,83 \quad \left[\frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \right]$$

Conoscendo il titolo $x_2 = 0,00254 \text{ [g/kg]}$ e l'umidità relativa $\varphi_2 = 0,5$ si calcola la pressione di saturazione p_{vs2}

$$p_{vs2} = \frac{x_2 \cdot p}{\varphi_2 \cdot (x_2 + 0,622)} = \frac{0,002543 \cdot 1,013 \cdot 10^5}{0,5 \cdot (0,002543 + 0,622)} = 824,94 \quad \text{[Pa]}$$

Dalla tabella delle pressioni di saturazione si ricava l'intervallo che contiene la pressione p_{vs2}

per $t_i = 4 \text{ }^\circ\text{C}$ si ha $p_i = 812,824 \text{ [Pa]}$

per $t_s = 5 \text{ }^\circ\text{C}$ si ha $p_s = 873,170 \text{ [Pa]}$

La variazione di temperatura è relativamente piccola per cui, ipotizzando una relazione lineare tra temperatura e umidità relativa, si ha

$$\frac{(t_s - t_i)}{(p_s - p_i)} = \frac{(t_2 - t_i)}{(p_{vs2} - p_i)}$$

da cui

$$t_2 = t_i + \frac{(t_s - t_i)}{(p_s - p_i)} \cdot (p_{vs2} - p_i) = 4 + \frac{(5 - 4)}{(873,170 - 812,824)} \cdot (824,94 - 812,824) = 4,21 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

e

$$h_2 = 1,006 \cdot t_2 + x_2 \cdot (2500 + 1,875 \cdot t_2) = 1,006 \cdot 4,2 + 0,002543 \cdot (2500 + 1,875 \cdot 4,21) = 10,61 \text{ [} \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{]}$$

è possibile adesso calcolare la portata

$$\dot{Q} = \dot{m}_a \cdot (h_2 - h_1) \quad \text{da cui} \quad \dot{m}_a = \frac{\dot{Q}}{(h_2 - h_1)} = \frac{-15}{(10,61 - 24,54)} = 1,08 \text{ [} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \text{]} .$$